



PERSPECTIVA LINEAR PARAMÉTRICA

UM SISTEMA HÍBRIDO DE REPRESENTAÇÃO PERSPÉCTICA, APLICÁVEL À ARQUITECTURA

Doutoramento em Arquitectura

Especialidade de Comunicação Visual

Doutorando José Vítor de Almeida Florentino Correia

Orientador Manuel Jorge Rodrigues Couceiro da Costa

Constituição do Júri:

Presidente	Doutora Ana Leonor Magalhães Madeira Rodrigues
	Professora Associada, Faculdade de Arquitectura da Universidade de Lisboa
Vogais	Doutor Vítor Manuel Bairradas Murtinho
	Professor Associado, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra
	Doutor João Pedro Sampaio Xavier
	Professor Associado, Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto
	Doutor Manuel Jorge Rodrigues Couceiro da Costa
	Professor Associado, Faculdade de Arquitectura da Universidade de Lisboa
	Doctor of Philosophy Luís António dos Santos Romão
	Professor Auxiliar, Faculdade de Arquitectura da Universidade de Lisboa
	Doutor Carlos Manuel Ribeiro Albuquerque
	Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Tese especialmente elaborada para a obtenção do grau de doutor

Documento definitivo

Fevereiro de 2015

PERSPECTIVA LINEAR PARAMÉTRICA - UM SISTEMA HÍBRIDO DE REPRESENTAÇÃO PERSPÉCTICA, APLICÁVEL À ARQUITECTURA

RESUMO

O presente trabalho propõe e fundamenta um novo sistema de representação perspéctica, denominado Perspectiva Linear Paramétrica, que resulta de uma abordagem sistemática à ciência da perspectiva, sustentada na experiência didáctica de Desenho e Geometria Descritiva. Este sistema visa constituir-se como um sistema de perspectiva unificado, ao reunir e articular os actuais sistemas autónomos, referenciais na sua formulação: perspectiva planar, cilíndrica e esférica. O seu quadro conceptual é definido por três princípios: 1º dissociação entre superfície de representação e superfície de projecção; 2º mutabilidade da superfície de projecção; 3º adaptabilidade dos métodos de transferência da superfície de projecção para a superfície de representação. A sua operatividade assenta na utilização de uma superfície de projecção esferoidal, cuja identidade geométrica varia em função da concretização de dois parâmetros: Raio e Excentricidade. Os seus resultados gráficos reproduzem os sistemas referenciais mas acrescentam um número ilimitado de estados perspécticos intermédios (híbridos), enriquecendo assim, de forma inclusiva, o papel da perspectiva como código estruturante do desenho descritivo.

Palavras-chave: perspectiva linear, perspectiva curvilínea, superfície de projecção paramétrica, desenho à mão-livre.

PARAMETRIC LINEAR PERSPECTIVE - A HYBRID PERSPECTIVE SYSTEM,
APPLICABLE TO ARCHITECTURE

ABSTRACT

The present thesis proposes and sustains a new system of perspective representation, named Parametric Linear Perspective, which is the result of a systematic approach to the science of perspective, backgrounded by the didactical experience in Drawing and Descriptive Geometry disciplines. The Parametric Linear Perspective aims to be an unified perspective system, as it gathers and articulates the current independent systems that are referential to its formulation: planar perspective, cylindrical perspective and spherical perspective. Its conceptual framework is defined by three principles: 1st dissociation of representation surface and projection surface; 2nd mutability of the projection surface; 3rd adaptability of the method for transferring the information from the projection surface to the representation surface. The operativeness of the Parametric Linear Perspective is based on a spheroidal projection surface, which geometrical identity changes upon the definition of two parameters: Radius and Eccentricity. The graphic outputs can be similar to those of the referential systems, but also an unlimited number of intermediate (hybrid) perspective depictions, this way enlarging in an inclusive manner the role of linear perspective as a structuring code for descriptive drawing.

Key words: *linear perspective, curvilinear perspective, parametric projection surface, freehand drawing.*

ÍNDICE DE CONTEÚDOS

ÍNDICE DE CONTEÚDOS	4
ÍNDICE DE FIGURAS	5
1 Introdução	9
1.1 Conceitos e definições	9
1.2 Explicação do título da tese	22
1.3 Contexto e motivações	23
1.4 Caracterização da tese	44
1.5 Sumário dos capítulos subsequentes	53
2 Fundamentos da perspectiva linear paramétrica	54
2.1 Sistemas de perspectiva referenciais.....	59
2.2 Princípios conceptuais	65
3 Especificações da perspectiva linear paramétrica	67
3.1 Referencial e disposição das superfícies de projecção e representação	68
3.2 Parametrização da superfície de projecção	69
3.3 Transferência para a superfície de representação	73
3.3.1 Caracterização do modo esférico.....	73
3.3.2 Caracterização do modo cilíndrico	77
3.3.3 Caracterização do modo híbrido	79
3.4 Subsegmentação - a resolução de um problema gráfico.....	82
4 Demonstração da perspectiva linear paramétrica	85
4.1 Resultados da aplicação do modo esférico	87
4.2 Resultados da aplicação do modo cilíndrico.....	91
4.3 Resultados da aplicação do modo híbrido	95
5 Conclusões	100
BIBLIOGRAFIA.....	106
ANEXOS	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura nº 1 - A esfera visual; projecções sobre a esfera visual.	16
Figura nº 2 - Figura tridimensional; perspectivas rectilínea e curvilínea.....	20
Figura nº 3 - Duas interpretações da excentricidade da elipse.	22
Figura nº 4 - Exercícios de iniciação à perspectiva planar.	26
Figura nº 5 - Dois registos perspécticos.....	27
Figura nº 6 - Desenhos de estudo e representações formais de arquitectura.....	28
Figura nº 7 - Dois desenhos de observação com análise das estruturas subjacentes.	31
Figura nº 8 - Condições de observação para uma execução de registos perspécticos.	32
Figura nº 9 - Tipologias de resposta desenhada RECT, FRAG e CURV.	33
Figura nº 10 - Exercícios de representação perspéctica planar, cilíndrica e esférica.	35
Figura nº 11 - Construção gráfica de uma perspectiva curvilínea.	38
Figura nº 12 - Transformações analíticas planares sobre perspectivas.	40
Figura nº 13 - Um método gráfico para determinação de projecções perspécticas.	41
Figura nº 14 - Registo de uma sessão de trabalho em geometria e álgebra.....	43
Figura nº 15 - Objecto; perspectiva planar: campos de visão de 82º a 180º.....	45
Figura nº 16 - Perspectivas planar, cilíndrica, esférica: campos de visão de 180º, 360º, 360º..	50
Figura nº 17 - Perspectivas planar, cilíndrica, esférica: campo de visão de 120º.	51
Figura nº 18 - Perspectiva esférica de Bernard Bonbon.....	56
Figura nº 19 - Perspectiva esférica de Joaquin Marimon.	57
Figura nº 20 - Perspectiva esférica de Barre e Flocon.	58
Figura nº 21 - Perspectiva planar: direcções de topo, vertical e fronto-horizontal.	60
Figura nº 22 - Perspectiva planar: orientações oblíquas das figuras.....	61
Figura nº 23 - Perspectiva cilíndrica: direcções de topo, vertical e fronto-horizontal.	62
Figura nº 24 - Perspectiva cilíndrica: orientações oblíquas das figuras.	63

Figura nº 25 - Perspectiva esférica: direcções de topo, vertical e fronto-horizontal.	64
Figura nº 26 - Perspectiva esférica: orientações oblíquas das figuras.	65
Figura nº 27 - Superfície de projecção: variações do parâmetro Raio (R).	69
Figura nº 28 - Superfície de projecção: variações do parâmetro Excentricidade (E).	71
Figura nº 29 - Superfície de projecção: variações combinadas dos parâmetros R e E.	72
Figura nº 30 - Modo esférico de transferência f:SP→SR.	74
Figura nº 31 - Projecção azimutal equidistante: inflexões das verticais.	75
Figura nº 32 - Modo esférico de transferência: correcção das inflexões de curvatura.	76
Figura nº 33 - Modo esférico de transferência: resultados gráficos.	77
Figura nº 34 - Modo cilíndrico de transferência f:SP→SR.	78
Figura nº 35 - Modo cilíndrico de transferência: resultados gráficos.	79
Figura nº 36 - Modo híbrido de transferência f:SP→SR.	79
Figura nº 37 - Modo híbrido de transferência: resultados gráficos.	81
Figura nº 38 - Segmento [AB]: ângulos AOB, POA e POB.	83
Figura nº 39 - Segmento [AB]: variação do valor NDiv.	84
Figura nº 40 - Mãe-de-Água das Amoreiras, em Lisboa.	85
Figura nº 41 - Modelo 3D; localização de O e P.	86
Figura nº 42 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 150°.	87
Figura nº 43 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 180°.	88
Figura nº 44 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 225°.	89
Figura nº 45 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 270°.	90
Figura nº 46 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 150°.	91
Figura nº 47 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 180°.	92
Figura nº 48 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 225°.	93
Figura nº 49 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 270°.	94
Figura nº 50 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 150°.	95

Figura nº 51 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 180º.	96
Figura nº 52 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 225º.	97
Figura nº 53 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 270º.	98
Figura nº 54 - Descrição ideogramática da perspectiva linear paramétrica.	100
Figura nº 55 - Visualizador EPS (PLP): interface do protótipo computacional.	102
Figura nº 56 - Desenho perspéctico computacional e manual: afinidades?	103
Figura nº 57 - Dois desenhos perspécticos de observação.....	104
Figura nº 58 - Uma tabela de figurações perspécticas divergentes.	105

NOTAS:

Os conteúdos das figuras foram elaborados pelo autor da tese, com excepção das seguintes:

Figuras nº 4, 5, 7, 9 e 10 - desenhos de alunos da FAUL;

Figura nº 6 - desenhos e fotografias cedidos pelo arquitecto Nuno Miguel Arenga Reis;

Figura nº 41 - modelo 3D digital elaborado no projecto Naadir.

As traduções de citações em língua estrangeira são da responsabilidade do autor da tese.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Manuel Couceiro, com o qual colaboro há muitos anos nas actividades pedagógicas e científicas e que me permitiu plena autonomia no desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos, familiares e colegas que, de formas diversas, me ajudaram e apoiaram.

À equipa do Naadir, com a qual tive o prazer de colaborar durante o desenvolvimento do projecto e com a qual espero voltar a trabalhar em breve.

Ao colega e amigo Professor Luís Romão, pelo estímulo, colaboração e apoio em todas as facetas deste trabalho, nomeadamente pela iniciativa de desencadear e promover a concretização do projecto Naadir.

À Elenice, pela sua paciência e companheirismo.

Este trabalho teve o apoio institucional da FCT, através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/39136/2007.

Por opção do autor, a redacção deste documento foi feita seguindo as regras anteriores ao presente acordo ortográfico sobre a língua portuguesa.

1 Introdução

O trabalho que aqui apresentamos tem um teor fundamentalmente propositivo, isto é, constitui-se da definição de um problema, da exploração de uma hipótese e do desenvolvimento, concretização e demonstração de uma solução inventiva.

A tese enquadra-se no ramo de Arquitectura, especialidade de Comunicação Visual, e incide na área da ciência da representação gráfica, designadamente no tema da perspectiva linear.

Em essência, iremos apresentar um novo sistema de representação perspectica, que denominámos perspectiva linear paramétrica. A sua formulação constitui uma agregação sistematizada de métodos de perspectiva existentes, permitindo a reprodução destes, mas também a fusão e expansão das suas capacidades, promovendo globalmente a perspectiva como conhecimento de suporte à representação gráfica descritiva.

Antes de procedermos à caracterização da investigação efectuada, consideramos útil fazer algumas precisões sobre conceitos relevantes, bem como uma breve explicação sobre o título da tese.

1.1 Conceitos e definições

Ao longo do presente documento, será utilizado recorrentemente um conjunto de termos relacionados com a geometria da representação gráfica e, particularmente, com o tema e o conceito de perspectiva. Assim, esclarecemos desde já os significados, interpretação e alcance que lhes são aqui atribuídos.

Superfície de projecção:

Superfície geométrica sobre a qual se fazem as projecções, recorrendo a rectas projectantes, dos pontos e linhas situados no espaço tridimensional. Estas projecções poderão constituir uma estância de representação intermédia, no caso em que o conjunto daquelas projecções seja transferido para uma segunda superfície (superfície

de representação). Em perspectiva, habitualmente referida como Quadro. No texto e nas figuras da dissertação a superfície de projecção poderá ser referida pela sigla SP.

Superfície de representação:

Superfície geométrica sobre a qual assentam os pontos e linhas representantes de pontos e linhas situados no espaço tridimensional, como estância final ou resultado de um processo de representação. Esta superfície poderá, ou não, coincidir com a superfície de projecção. Acumulando com a sua condição conceptual, esta superfície tem também uma correspondente expressão física na superfície material onde assentam os elementos gráficos descritivos e onde se visualizam as representações (folha de papel ou monitor de computador). A superfície de representação será aqui sempre considerada de natureza geométrica planar. No texto e nas figuras da dissertação a superfície de representação poderá ser referida pela sigla SR.

No conteúdo deste trabalho, é de crucial importância manter a distinção conceptual entre superfície de projecção SP e superfície de representação SR.

Perspectiva linear:

Na sua acepção geral, perspectiva consiste na "arte de representar num plano os objectos, tal como se apresentam à vista, conforme a sua posição e distância"¹ proporcionando, assim, um efeito perceptual ilusório relativo.

De uma forma conceptual, sintética, uma perspectiva será gerada através do seccionamento produzido por um plano na chamada pirâmide visual: uma pirâmide compacta, constituída pelos inúmeros raios visuais que unem um observador monocular, pontual (vértice da pirâmide), aos inúmeros pontos de um cenário espacial que este observa. Mais propriamente, os raios visuais consistem nas rectas luminosas (percursos rectilíneos da luz) que transportam a informação visual emanada pelos pontos dos objectos distribuídos no espaço tridimensional (e, consequentemente, no campo visual), convergindo na posição ("olho") do observador.

Idealmente, o resultado deste processo - a perspectiva, enquanto imagem plana, interposta correctamente entre os objectos e o observador - induziria neste uma percepção visual equivalente à que teria na observação directa daqueles mesmos

¹ Definição retirada do Dicionário Universal da Língua Portuguesa, Texto Editores, Lisboa, 2006.

objectos. Na realidade, a observação de uma perspectiva não é confundida com a observação imediata dos objectos e cenário nela figurados, antes é percebida como representação evocadora dessa experiência.

Esta descrição do processo perspéctico permite, no entanto, extrair o fundamento da mecânica conceptual geométrica da perspectiva linear. Referimo-nos à colinearidade, constatada, entre cada ponto do espaço tridimensional, a sua representação perspéctica (também um ponto) e o observador (na sua condição pontual). Esta propriedade configura a perspectiva linear como resultado da projecção central de um cenário tridimensional sobre um plano (quadro) tomando-se para centro de projecção a posição espacial do observador. As projectantes rectilíneas determinam assim, sobre o quadro, o aspecto estrutural, linear, da perspectiva, ou seja, o delineamento perspéctico dos objectos.

Sobre este significado, generalizado, assumiremos aqui um sentido mais lato², mas também, como veremos, mais inclusivo. Designadamente, perspectiva linear como sistema e/ou representação perspécticos em que são utilizadas exclusivamente linhas como elementos gráficos descritores dos objectos representados. Esta definição exclui, portanto, a utilização de outros recursos de expressão gráfica, componentes da perspectiva pictórica (perspectiva atmosférica, perspectiva cromática, gradientes de textura, etc.) que concorrem cumulativamente para a capacidade figurativa da representação perspéctica. A componente linear tem, no entanto, uma função crucial, estruturante, repercutindo-se a sua configuração na configuração das restantes componentes complementares.

Esta definição de perspectiva linear ajusta-se aos propósitos desta dissertação, na medida em que permite integrar e classificar coerentemente diferentes formas de perspectiva. De facto, debaixo do conceito abrangente de perspectiva (perspectiva pictórica), teremos, entre outras, a especificidade da perspectiva linear. Debaixo do conceito de perspectiva linear, teremos as suas variantes estruturais: a perspectiva rectilínea e as perspectivas curvilíneas. Dentro das perspectivas curvilíneas, teremos as suas diversas variantes. Consequentemente, incluem-se assim na definição de perspectiva linear quer a perspectiva rectilínea, quer as perspectivas curvilíneas. Esta definição implica, no entanto, uma clarificação relativamente ao carácter rectilíneo das

2 Conforme apresentado em BARTRINA, Lluís Villanueva, *Perspectiva lineal – Su Relación con la fotografía*, Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, 1996, p. 11.

projectantes, ou seja, à colinearidade, acima salientada, entre ponto no espaço, ponto projectado e centro de projecção/observador. De facto, nas perspectivas curvilíneas, após uma projecção primária sobre uma superfície de projecção curva, há uma subsequente transferência da informação projectada para um plano/superfície de representação. A projecção primária recorre a projectantes rectas, o que garante a colinearidade. Todavia, a operação de transferência para a superfície de representação recorre a processos diversificados, equiparáveis a projecções cartográficas e diferentes da projecção central - no seu sentido geométrico estrito - aplicada no processo de projecção primária (de facto, se esta projecção central fosse aplicada na transferência da superfície de projecção curva para a superfície de representação plana, o resultado sobre esta seria sempre igual a uma perspectiva linear convencional).

Se considerarmos **C** o centro de projecção, **A** o ponto no espaço, **Ap** a sua projecção na superfície de projecção e **Ar** a transferência desta projecção para a superfície de representação plana, temos que os pontos **C**, **A** e **Ap** são necessariamente colineares, mas **Ar**, considerado como a projecção final (representação perspéctica) do ponto **A** não é, no caso geral, colinear com os três anteriores. Ou seja, nas perspectivas curvilíneas as projectantes rectas emanadas do centro de projecção não são exclusivamente determinantes da posição, no plano de representação, da representação perspéctica de um ponto no espaço, neste sentido amplificando a definição mais convencional de perspectiva linear.

Perspectiva rectilínea:

Perspectiva linear na qual a imagem de uma recta espacial é sempre uma linha recta, com excepção das rectas projectantes (passantes no observador), cuja imagem é um ponto.

Perspectiva curvilínea:

Perspectiva linear na qual a imagem de uma recta espacial é, no caso geral, uma linha curva (de natureza diversa, consoante o sistema específico de perspectiva), com excepção das rectas projectantes (passantes no observador), cuja imagem é um ponto, e de rectas com posições e/ou direcções particulares, cuja imagem poderá ser uma linha recta.

Observador:

Nomeação, em perspectiva, do centro de projecção ou origem das semi-rectas projectantes. No texto e nas figuras da dissertação o observador poderá ser referido pela letra O. Note-se que referimos semi-rectas projectantes e não rectas projectantes pois, ao contrário da projecção central, onde a projecção é bidireccional, em perspectiva a projecção é orientada, ou seja, corresponde a uma direcção e a um sentido de vista. Esta definição conceptual evita a possibilidade de sobreposição das projecções correspondentes a dois pontos assentes numa recta projectante, em lados opostos do centro de projecção.

Perspectiva planar:

Perspectiva rectilínea obtida com utilização de uma superfície de projecção plana, a uma distância finita, não nula, do observador (e centro de projecção) O e coincidente com a superfície de representação. Neste trabalho, este termo poderá considerar-se equivalente a perspectiva rectilínea.

Perspectiva cilíndrica:

Perspectiva curvilínea obtida com utilização de uma superfície de projecção cilíndrica, com centro C no observador (e centro de projecção) O, e consequente planificação sobre a superfície de representação plana.

Perspectiva esférica:

Perspectiva curvilínea obtida com utilização de uma superfície de projecção esférica, com centro C no observador (e centro de projecção) O, e consequente transferência para a superfície de representação plana.

Perspectiva linear paramétrica:

Sistema de perspectiva que irá ser apresentado nesta dissertação. No texto e nas figuras este sistema poderá ser referido por extenso ou pela sigla PLP.

Ponto principal:

projecção ortogonal do observador sobre a superfície de projecção. Define junto com o observador o eixo visual, orientado de O para P. Equivalente geométrico ao centro do campo visual. Na perspectiva planar, este ponto é o pé da perpendicular à superfície de projecção plana, tirada do observador. Na perspectiva cilíndrica, este ponto é o pé da perpendicular à superfície de projecção cilíndrica, tirada do observador e apoiada na geratriz de concordância entre a superfície de projecção cilíndrica e a superfície de representação plana, sobre a qual aquela é planificada. Na perspectiva esférica, este ponto é o pé da perpendicular à superfície de projecção esférica, tirada do observador e apoiada no ponto onde a superfície de projecção esférica é osculante à superfície de representação plana, para a qual aquela é transferida. Nos três casos, o ponto principal constitui, na representação perspectica, o seu ponto central, ou seja, o centro do enquadramento delimitador do campo de visão. No texto e nas figuras da dissertação o ponto principal poderá ser referido pela sigla P.

Perspectógrafo(s), referencial e sistema de coordenadas

Máquina conceptual de natureza geométrica, para produção de perspectivas. Numa versão essencial (suficiente para os propósitos deste trabalho) o perspectógrafo pode considerar-se constituído pelo observador, pelas superfícies de projecção e representação, pelo ponto principal e pela linha do horizonte perspectica, definida sobre a superfície de projecção. Esta definição essencial do perspectógrafo, para ser operativa, implica um referencial espacial sintético (triedro ortogonal) com origem no próprio observador e com os seus três planos nas orientações (e posições) do plano do horizonte, do plano neutro e do plano de perfil principal. Com este referencial, ficam definidas as posições espaciais genéricas, visual e projectivamente determinantes, em termos qualitativos: acima ou abaixo, à esquerda ou à direita e para a frente ou para trás do observador.

O perspectógrafo planar será, assim, constituído pelo observador, pela superfície de projecção/representação planar, pelo ponto principal e pela linha do horizonte recta.

O perspectógrafo cilíndrico será constituído pelo observador, pela superfície de projecção cilíndrica, pela superfície de representação plana concordante com a SP, pelo ponto principal (sobre a geratriz de concordância) e pela linha do horizonte circunferencial (linha equatorial da SP cilíndrica), também passante em P.

O perspectógrafo esférico será constituído pelo observador, pela superfície de projecção esférica, pela superfície de representação plana osculante à SP, pelo ponto principal (coincidente com o ponto de osculação) e pela linha do horizonte circunferencial (linha equatorial da SP esférica), passante em P.

Se considerarmos, para efeitos de comparação e de articulação, os três perspectógrafos sobrepostos, tendo em comum os ponto O e P e com as respectivas linhas do horizonte complanares, então a superfície de representação planar será também comum aos três, a SP esférica será concordante com a SP cilíndrica ao longo da sua linha equatorial (linha do horizonte comum), a SP cilíndrica será concordante com a SP planar ao longo da geratriz passante em P e a SP esférica será osculante à SP planar no ponto P. O ponto P torna-se, assim, comum às três superfícies de projecção.

Como referencial analítico, utilizaremos o sistema de eixos coordenados xyz nas seguintes condições: origem em O (observador e centro de projecção); eixo x horizontal, perpendicular a OP, com sentido positivo para a direita; eixo y horizontal, contendo OP, com sentido positivo para frente, ponto principal P na coordenada y unitária positiva (distância $OP=1$); eixo z vertical, perpendicular a OP, com sentido positivo para cima.

O plano xy constitui referencial para as cotas ou alturas, com coordenadas em z.

O plano yz constitui referencial para as abcissas ou larguras, com coordenadas em x.

O plano zx constitui referencial para os afastamentos ou profundidades, com coordenadas em y.

Magnitude visual e Esfera visual:

Magnitude visual, também referida como dimensão visual ou amplitude visual, consiste na dimensão aparente de um segmento de recta (ou da distância entre dois pontos no espaço), dimensão essa variável e dependente da conjugação da dimensão real do segmento, da sua direcção e da sua posição no espaço, relativamente a um observador (entendido como entidade pontual: um centro óptico).

É um conceito proposto por Euclides no seu tratado de óptica e ancorado no 4º postulado, segundo o qual a dimensão com que um segmento no espaço é visto por um observador é maior ou menor em função do ângulo maior ou menor definido pelos

dois raios visuais (semi-rectas) que emanam do observador, apoiados nos dois extremos do segmento. Ou seja, a magnitude visual é proporcional àquele ângulo. Trata-se portanto de uma medida angular, uma amplitude.

No campo da projecção central, este ângulo é consequentemente definido pelas duas semi-rectas projectantes que emanam do centro de projecção e contêm os dois extremos. A magnitude visual do segmento pode ser então também entendida e quantificada como a amplitude do arco de circunferência máxima resultante da projecção do segmento sobre uma superfície esférica cujo centro é coincidente com o centro de projecção. Esta superfície esférica, sobre a qual se projecta um cenário tridimensional, denomina-se esfera visual³ (Fig. nº 1). Barre e Flocon definem-na como projecção homotética do observador no espaço (observador entendido como entidade pontual), constituindo assim uma superfície de projecção ideal, na medida em que é equidistante do mesmo e permite a representação de todo o espaço à sua volta, proporcionando-lhe, assim, uma representação com carácter total.

O conceito de esfera visual é importante neste trabalho pois constitui um modelo geométrico interpretativo da percepção visual como processo dinâmico, isto é, como possibilidade de um observador (humano) olhar, em sequência temporal, para todos os quadrantes do espaço à sua volta, retendo e acumulando, intelectualmente, os dados visuais apreendidos.

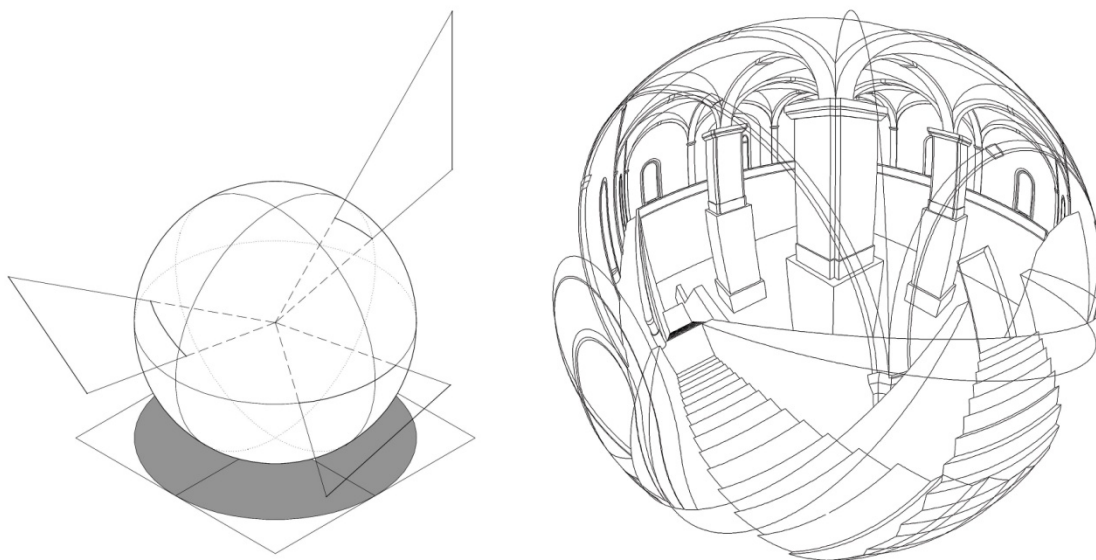


Figura nº 1 - A esfera visual; projecções sobre a esfera visual.

³ Tal como nomeada e definida em BARRE, André e FLOCON, Albert, *La Perspective Curviligne – De l'espace visuel à l'image construite*, Paris, Flammarion, 1968, pp. 74-85.

Enquadramento, Campo de visão e Campo visual

Um representação perspéctica pressupõe uma selecção efectuada sobre um cenário tridimensional, delimitando, através de uma pirâmide visual (aqui entendida como superfície), a porção - em amplitude - desse cenário que se torna observável nessa representação. O efeito da consideração da pirâmide visual na representação perspéctica é a delimitação gráfica desta, através de um perímetro rectangular, ou seja, um enquadramento. Este poderá ser explícito, em representações mais formais, ou implícito, no caso dos desenhos informais (desenho à mão livre), onde inclusivamente o enquadramento poderá ser evolutivo, ampliando-se com o próprio desenvolvimento temporal do desenho.

É de salientar que o enquadramento define, em conjunto com - e após - a selecção das posições do observador e do ponto principal, a particularidade de uma perspectiva. Ou seja, duas perspectivas que partilham os mesmos observador e ponto principal mas com diferentes enquadramentos são, em parte, estruturalmente coincidentes (a de menor campo de visão está incluída na de maior campo de visão), mas são perspectivas diferentes, sujeitas a leitura e apreciação diferenciadas. Também importa referir que, por princípio, o enquadramento é centrado no ponto principal, mas poderá também ser excêntrico ou até exterior àquele ponto.

A quantificação de um enquadramento poderá ser feita através das convenções fotográficas: o campo de visão global da imagem corresponde à amplitude do ângulo definido pelo centro de projecção e pelos extremos da diagonal do rectângulo de enquadramento. Este campo de visão pode então ser traduzido nas suas componentes horizontal e vertical. O campo de visão horizontal corresponde à amplitude do ângulo definido pelo centro de projecção e pelos pontos médios dos lados verticais esquerdo e direito do rectângulo de enquadramento. O campo de visão vertical corresponde à amplitude do ângulo definido pelo centro de projecção e pelos pontos médios dos lados horizontais superior e inferior do rectângulo de enquadramento. Relativamente à amplitude do campo visual da visão humana, o campo de visão proporcionado numa perspectiva implica uma redução, no caso da perspectiva rectilínea, ou eventualmente uma ampliação, no caso das perspectivas curvilíneas (neste caso, aliás, o campo de visão considerado poderá ser completo: 360°). Sublinhamos aqui a diferença de significado entre os termos campo visual, intrínseco à visão humana, e campo de visão, característica definidora da abrangência espacial de uma representação perspéctica em particular.

É útil estabelecer e diferenciar, também, de forma circunscrita a este trabalho, as noções de campo visual estático e campo visual dinâmico. Os estudos laboratoriais que definem as dimensões e forma limite do campo de visão humano consideram o somatório dos campos de visão de cada olho, numa situação de olhar estático, dirigido para a frente: uma postura estabilizada que permite a medição objectiva dos valores. Naturalmente, esta postura não se adequa às acções do desenho de observação executado à mão livre. Assim, consideramos campo visual estático o percebido numa situação de observação com a cabeça parada e onde o olhar deambula, perscrutando os elementos distribuídos no campo visual; e consideramos campo visual dinâmico o percebido numa situação de observação em que quer os olhos quer a cabeça rodam, propiciando, no somatório de sucessivos campos visuais estáticos, uma experiência de campo visual alargado.

Estas duas atitudes físicas perante o campo visual são distinguidas por James Gibson⁴, que acentua o facto de, na primeira, haver uma constância nos padrões das formas visualizadas (os movimentos oculares produzem apenas translações desses padrões) e, na segunda, haver o que chama de deformações no campo visual, isto é, alterações naqueles padrões (os movimentos da cabeça implicam alteração da posição espacial dos centros ópticos oculares). Esta distinção é relevante para os propósitos deste trabalho, na medida em que permite contextualizar e fundamentar as alterações direccionais percebidas (em contextos espaciais geometricamente formalizados) nas movimentações que ocorrem na experiência do campo visual dinâmico.

No texto e nas legendas desta dissertação o campo de visão considerado será, por defeito, o horizontal, nomeando-se apenas como campo de visão. Quando necessário, será especificado o campo de visão vertical ou global (em todas as direcções radiais).

Distorções perspécticas

As distorções perspécticas acontecem quando se gera um conflito perceptual (e cognitivo) entre a imagem perspéctica de uma figura e a expectativa que se tem sobre a aparência visual dessa figura. A identificação do carácter distorcido de uma representação pressupõe um intervalo de tolerância, ou seja, um limite abaixo do qual a imagem é considerada normal ou aceitável, evocando inequivocamente a figura

4 GIBSON, J. James, *The Perception of the Visual World*, Cambridge, MA, USA, The Riverside Press, 1950, pp. 40-42.

espacial que representa, e acima do qual a imagem se considera desconforme ou visualmente incongruente. Este limite é necessariamente subjectivo: em qualquer experiência visual, directa ou mediada, e na possível avaliação dessa experiência, existe sempre o factor das variáveis psicológicas. Como sublinha Gombrich⁵, ali intervém decisivamente "a influência da experiência passada e das expectativas, as variáveis de interesse, "quadro mental" e atenção, para não falar das variações do equipamento fisiológico do sujeito observador e da capacidade de adaptação do sistema perceptual às mudanças de condições".

Em todo o caso, acontecem de facto na perspectiva configurações projectivas, periféricas no campo de visão, cuja leitura visual requer a aproximação a um ponto de vista específico (o chamado ponto legítimo, posição do centro de projecção) ou um esforço interpretativo que transcende a simples visualização da imagem, entrando-se assim no campo das anamorfoses. Conforme Kirsty Andersen⁶, Leonardo da Vinci terá cunhado o termo perspectiva accidental para se referir a estas situações, contrapondo-o ao conceito de perspectiva natural que, segundo ele, definia não só a perspectiva óptica (a aparência das coisas ao olhar), mas também as partes da perspectiva artificial (geométrica) onde as distorções estão controladas ou minimizadas. Terá, de resto, embora crítico relativamente às manifestações de perspectiva accidental, identificado nelas um valor potencial como base para a criação de anamorfoses.

No historial da perspectiva linear clássica sucederam-se então as propostas, muito heterogéneas, de convenções limitadoras do campo de visão de forma a evitar que a representação perspéctica redunde em figurações distorcidas⁷. De um ponto de vista geométrico/projectivo, as distorções na perspectiva linear clássica (perspectiva planar) acontecem como resultado da redução progressiva do ângulo das projectantes com o plano do quadro, fazendo com que as figuras progressivamente periféricas no campo visual do observador tenham a sua projecção alongada, numa dinâmica centrífuga relativamente ao ponto principal P.

No caso das perspectivas curvilíneas, as distorções são de natureza diferente e em função quer da superfície de projecção utilizada quer do processo de transferência da informação ali projectada para a superfície de representação planar. Há, no entanto, um padrão geral nas distorções destas perspectivas. A Fig. nº 2 exemplifica, em

5 GOMBRICH, E. H., *The Image and the Eye - further studies in the psychology of pictorial representation*, London, Phaidon Press, 1999, p. 178.

6 ANDERSEN, Kirsty, *The Geometry of an Art - the History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, New York, Springer, 2007, pp. 84-88.

7 Veja-se, sobre este aspecto, BARTRINA, Lluís Villanueva, op. cit., pp. 56-65 e KUBOVY, Michael, *The Psychology of Perspective and Renaissance Art*, Cambridge, Cambridge University Press, 1986, pp. 73-85.

essência e comparativamente, o carácter das distorções que ocorrem na perspectiva rectilínea e nas perspectivas curvilíneas. Na primeira, as arestas da figura são sempre representadas como rectas, o que é, por princípio, visualmente congruente com uma observação em campo visual estático, mas há uma alteração substancial das proporções entre as partes da figura. Na segunda, as proporções intrínsecas à figura são traduzidas de forma mais correcta, mas à custa do encurvamento das arestas na sua descrição gráfica, inevitável na interpretação geométrica de uma observação em campo visual dinâmico.

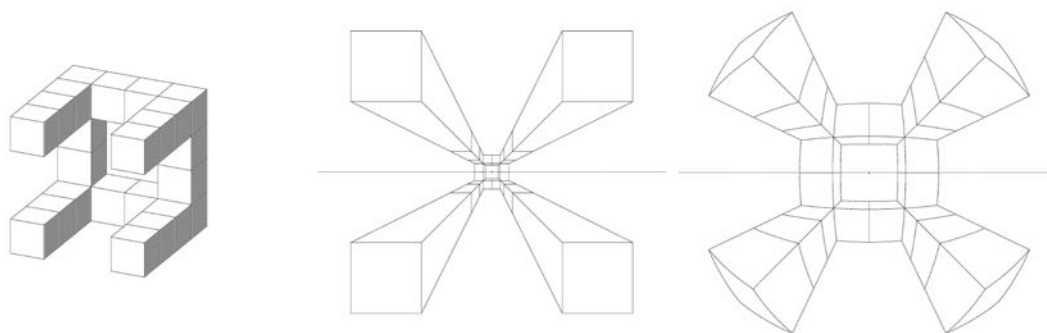


Figura nº 2 - Figura tridimensional; perspectivas rectilínea e curvilínea.

Neste trabalho, consideramos os sistemas perspécticos em toda a amplitude de campo de visão que, projectivamente, lhes é permitida. Isto é, não vamos considerar restrições de ordem convencional aos campos de visão das imagens perspécticas, aceitando a ocorrência das distorções. Esta postura deve-se a duas ordens de razões. Em primeiro lugar, porque é objectivo desta tese propor uma agregação e articulação dos diferentes sistemas de perspectiva (planar, cilíndrica e esférica) e, neste sentido, interessa-nos considerar os sistemas numa versão irrestrita, para evidenciar comparativamente as respectivas valências e limitações e identificar as suas complementaridades. Em segundo lugar, porque interpretamos as distorções nas perspectivas como fenómenos a relativizar, pelas razões de subjectividade já apontadas e que fundamentam a seguinte consideração sobre a perspectiva no desenho, particularmente o desenho entendido como instrumento conceptual: a figura entendível como distorcida surge, localmente, integrada num sistema gráfico - o desenho como um todo, com uma estrutura que determina as inter-relações entre as partes - e num sistema temporal - o desenho como processo (cronológico) evolutivo, em que a forma gráfica de uma figura é consequência das figuras que a antecedem e que condicionam o campo em que aquela se estabelece. Estas duas condições

interferem, a nosso ver, diluindo a relevância ou impacto visual das distorções no desenho figurativo, na percepção de quem executa o desenho. A sua mente está focada no conteúdo da representação e não tanto na forma, que cumpre aqui uma função instrumental.

Excentricidade:

As curvas cónicas - elipse, parábola e hipérbole - resultam da intersecção de uma superfície cónica de revolução com um plano secante não passante no vértice daquela. A natureza da cónica resultante depende, geometricamente, do ângulo entre o plano secante e o eixo da superfície. A esta variável associa-se o conceito de excentricidade, cujo valor corresponde ao quociente (positivo) entre os cossenos dos dois ângulos definidos entre o plano secante e o eixo e entre uma geratriz e o eixo. A excentricidade é convencionalmente designada por **e** (minúsculo). Conforme o seu valor é menor, igual ou maior do que 1, a curva resultante é uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole⁸. Para uma elipse, portanto, o valor da excentricidade está compreendido entre 0 e 1. Este valor pode também ser calculado pelo quociente entre a distância focal **c** (distância entre os dois focos) e o comprimento do eixo maior **a** da elipse (onde assentam os focos).

A progressão do valor de excentricidade da elipse, entre os valores 0 e 1, pode ser geometricamente interpretada de duas formas, consoante se tome por constante o comprimento do seu eixo maior **a** ou o comprimento do seu eixo menor **b** (Fig. nº 3). A primeira interpretação implica a transformação contínua da elipse entre as situações limite de se tornar circunferencial (comprimento de **b** igual ao comprimento de **a**) ou coincidente com o próprio eixo maior (comprimento de **b** nulo). Aqui, a excentricidade mede o grau de achatamento da elipse. A segunda interpretação implica a transformação da elipse entre as situações limite de se tornar circunferencial (comprimento de **a** igual ao comprimento de **b**) ou adquirir a forma de duas linhas paralelas, passantes nos extremos do eixo menor **b** (comprimento de **a** infinito, numa elipse infinitamente alongada, com os seus vértices impróprios). Nesta interpretação, portanto, a excentricidade mede o grau de alongamento da elipse. Entre as duas interpretações, compatíveis, estabelece-se como diferença a escala de observação.

8 Definições conforme ASENSI, Izquierdo Asensi, Geometría descriptiva superior y aplicada, Madrid., Editorial Paraninfo, 1996, pp. 169-173.

Nesta tese, seguimos a segunda interpretação, mais conforme e adequada às proposições aqui desenvolvidas. Por outro lado, utilizamos uma conversão do intervalo convencional $[0,1]$, delimitador dos valores de excentricidade, para o intervalo $[1,\infty]$, através da fórmula $\mathbf{E} = \mathbf{c} / \mathbf{e}$, em que \mathbf{c} é a distância focal, \mathbf{e} é o valor convencional de excentricidade e \mathbf{E} (maiúsculo) o valor de excentricidade convertido para o novo intervalo de valores. A vantagem de utilização do valor \mathbf{E} é de ordem visual, ou seja, neste intervalo, o valor da excentricidade passa a corresponder à proporção entre os eixos maior e menor da elipse e, assim, a caracterizar visualmente o grau de alongamento da mesma.

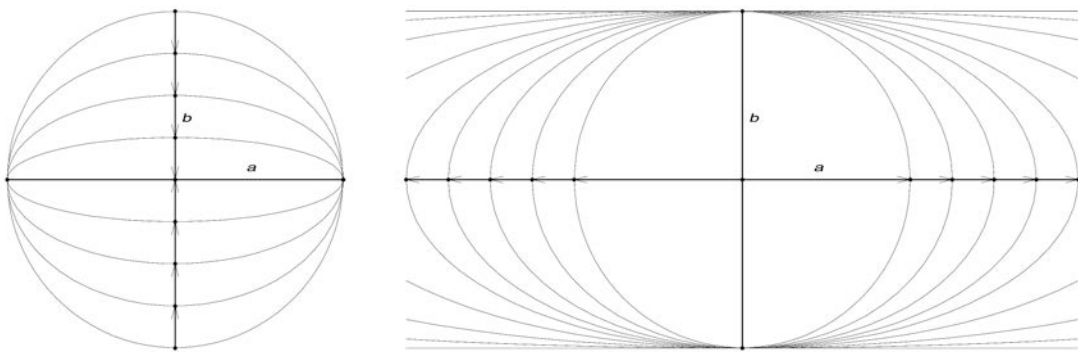


Figura nº 3 - Duas interpretações da excentricidade da elipse.

Esta definição é também aplicável, por extensão, a uma superfície esferoidal prolata, isto é, uma superfície elipsoidal de revolução gerada pela rotação de uma elipse em torno do respectivo eixo maior. A excentricidade desta superfície será a excentricidade da elipse-geratriz, ou seja, de qualquer uma das secções elípticas produzida na superfície por um plano que contenha o seu eixo de revolução.

1.2 Explicação do título da tese

Consideramos também pertinente, antes de mais nesta dissertação, fazer uma descrição da razão de ser do respectivo título - "Perspectiva linear paramétrica - um sistema híbrido de representação perspéctica, aplicável à arquitectura" - que poderá, numa primeira leitura, parecer algo hermético.

Em "perspectiva linear", identificamos o assunto (objecto) central da investigação: a perspectiva, na sua componente linear, enquanto parte integrante da ciência da representação gráfica descritiva.

Em "paramétrica", identificamos um novo atributo que propomos acrescentar àquele corpo de conhecimento. Naturalmente, a perspectiva linear, nas suas formas já conhecidas, é já de certa forma um sistema paramétrico, na medida em que os seus resultados gráficos (perspectivas), sobre um objecto de representação, dependem da concretização de parâmetros - posição do observador O, posição do ponto principal P e enquadramento/amplitude de campo de visão. No entanto, especificamos e enfatizamos em "paramétrica" a propriedade de mutabilidade parametricamente controlada atribuída à superfície de projecção, que adicionamos à formulação da perspectiva.

Em "híbrido", identificamos a condição referenciada da génese da perspectiva linear paramétrica. Ou seja, como será demonstrado, a PLP pode, na sua formulação, considerar-se como uma hibridação de três sistemas de perspectiva linear existentes, nomeadamente: a perspectiva planar, a perspectiva cilíndrica e a perspectiva esférica.

Em "aplicável à arquitectura", identificamos, por um lado, o âmbito em que foi desenvolvida e se encontraram as motivações desta investigação e, por outro lado, a área em que se espera que a tese possa ter as suas repercussões mais imediatas (a didáctica e a prática da representação gráfica nos processos de concepção em arquitectura).

1.3 Contexto e motivações

Contexto pedagógico

Esta investigação radicou substancialmente na actividade pedagógica desenvolvida pelo candidato na Faculdade de Arquitectura (da anterior Universidade Técnica de Lisboa, actualmente Universidade de Lisboa), desde 1994 até à actualidade, onde apoiou e leccionou sucessivamente nas categorias de monitor, assistente estagiário, assistente e presentemente assistente convidado. Esta actividade foi sempre exercida no âmbito da área científica de Desenho e Comunicação Visual (englobando disciplinas de Desenho, Geometria e Computação), em particular nas disciplinas de Geometria Descritiva dos 1º e 2º anos das Licenciaturas em Arquitectura, Urbanismo e

Design (actualmente, disciplinas de Geometria Descritiva e Conceptual I e II do 1º e 2º semestre do 1º ano das licenciaturas). Nestas disciplinas, são abordados os conteúdos tradicionais da Geometria Descritiva (entendida aqui em sentido lato), em duas vertentes complementares: por um lado, a vertente de abordagem dos sistemas de representação geométrico-descritivos de suporte à concepção e representação gráfica em arquitectura; por outro lado, a vertente da categorização, classificação e explicitação das entidades geométricas, designadamente a clarificação da formalização das superfícies geométricas, referenciais incontornáveis no processo de concepção em arquitectura.

Ao longo deste período de actividade pedagógica, a estratégia didáctica foi naturalmente evoluindo e ganhando consistência em função da experiência acumulada e do incrementar do nosso conhecimento acerca dos conceitos e processos geométricos envolvidos, tendo sempre em vista o contexto de aplicação em que leccionamos. Sensivelmente a meio deste percurso, começámos a fomentar uma estratégia didáctica, incidente sobretudo no ensino da perspectiva linear, baseada nos seguintes princípios: 1º, uma visão da disciplina de Geometria Descritiva como disciplina de Desenho. Desenho geometricamente estruturado, orientado por e para conceitos geométricos, com recursos expressivos mais limitados e delimitados mas, ainda assim, desenho. Um desenho que privilegia um sentido objectivado e objectivante da representação gráfica das formas e dos espaços; 2º, uma interpretação do conceito de rigor que o faz transitar de uma associação à ideia da precisão permitida pelos instrumentos de apoio ao desenho (tradicionalmente, a régua, o esquadro, o compasso, mais contemporaneamente as ferramentas de desenho e modelação vectorial computacional) para uma aceção mais forte, associada à capacidade do desenho expressar e explicitar conceitos de ordem geométrica, um atributo que é independente do uso ou não dos instrumentos de precisão. Algo que resulta de uma atitude e intencionalidade próprias, aplicadas a este registo de desenho.

De facto, a evidência do carácter rigoroso (na aceção que acabámos de apontar) dos desenhos (necessariamente experientes) produzidos rotineiramente pelo docente no quadro da aula (desenhos desapoitados instrumentalmente) para efeitos de explicação e demonstração aos alunos, levou-nos a observar a disparidade do método aplicado ao desenho, entre docente e discente, neste caso constrangendo tacitamente este último a práticas que não propiciavam o adestramento e a progressão nas competências do desenho (desenho à mão livre), mesmo quando sujeito a um objectivo de rigor. Ora, a capacidade última de avaliação e controlo da qualidade

rigorosa de um desenho está na mente e "na mão" de quem desenha e é, assim, aplicável ao acto de desenho, em tempo real. É este o repto que passámos a lançar aos alunos, nas aulas de Geometria Descritiva, em particular nos tempos lectivos dedicados ao ensino e aprendizagem da perspectiva linear.

Esta estratégia didáctica, reconhecendo a actual deslocação dos processos de desenho de precisão para o âmbito dos meios computacionais, permite manter e reforçar uma valência, no contexto da formação de arquitectos, do conhecimento e domínio da perspectiva como factor estruturante do desenho à mão livre e, consequentemente, como referencial coadjuvante na própria leitura crítica da visualidade, que aquele desenho implica.

Com este pressuposto, os alunos são então encaminhados num percurso heurístico de inquirição, com base empírica, sobre o modo como as coisas se apresentam ao olhar, procurando, para lá das respostas individuais subjectivas, identificar constantes, atributos comuns da visão, partilháveis e consensuais, construindo a partir destes uma teoria da perspectiva e a consequente operatividade.

Definem-se, deste modo, os conceitos de campo visual (estático e dinâmico), o princípio da rectilinearidade, os critérios que determinam o paralelismo ou a convergência de grupos de rectas e o conceito, fundamental, de ponto de fuga. Em suma, os alunos são convocados e orientados a, pelos próprios recursos, inventar e pôr em prática a perspectiva planar.

Subsequentemente, são definidos os princípios e métodos que proporcionam os níveis de controlo direcciona, dimensional e posicional na representação perspectica. Com esta base teórica, os alunos desenvolvem então exercícios sistemáticos de perspectivação de figuras geométricas em situações de orientação tipificadas e com variação da posição no espaço tridimensional, em altura, largura e profundidade, conforme exemplificado na Fig. nº 4.

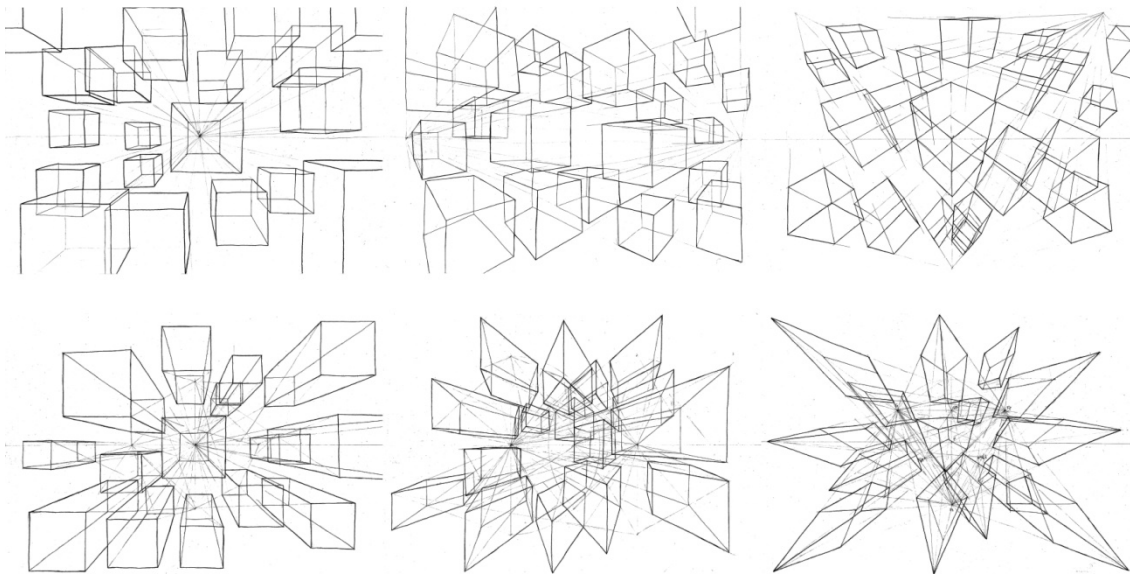


Figura nº 4 - Exercícios de iniciação à perspectiva planar.

Na execução e na verificação dos resultados destes exercícios, pretende-se que os alunos ganhem um entendimento de dois aspectos fundamentais:

- por um lado, o reconhecimento da perspectiva como método eficiente de controlar pela representação o espaço tridimensional conceptual, que ganha através dela uma propriedade métrica, tornando-o inteligível e visualmente acessível para o estabelecimento, pelo desenho, das definições formais e espaciais da arquitectura;
- por outro lado, a noção da perspectiva como interpretação conceptualizada (geométrica) com capacidade evocadora da experiência da percepção visual directa, mas que não a reproduz nem se sobrepõe a ela, desmontando-se assim o mito da perspectiva como "verdade visual" ou "forma correcta" de representação gráfica do mundo visual.

Neste último aspecto, é relevante apontar as situações, habitualmente minoritárias mas recorrentes e também sintomáticas, em que o aluno desenvolve uma resposta diferencial daquela que é expectável. Veja-se a Fig. nº 5, onde se apresentam duas respostas contrastantes: à esquerda, um registo coerente com as regras e métodos identificados com a perspectiva, onde se aceitam com naturalidade os paradoxos visuais obtidos por um cálculo rigoroso e racional das proporções projectadas; à direita, um registo que indicia um conflito de opção entre o cumprimento da regras do

código perspectico e a tradução gráfica dos dados emanados de uma experiência visual directa, imaginada, daquelas figuras no espaço.

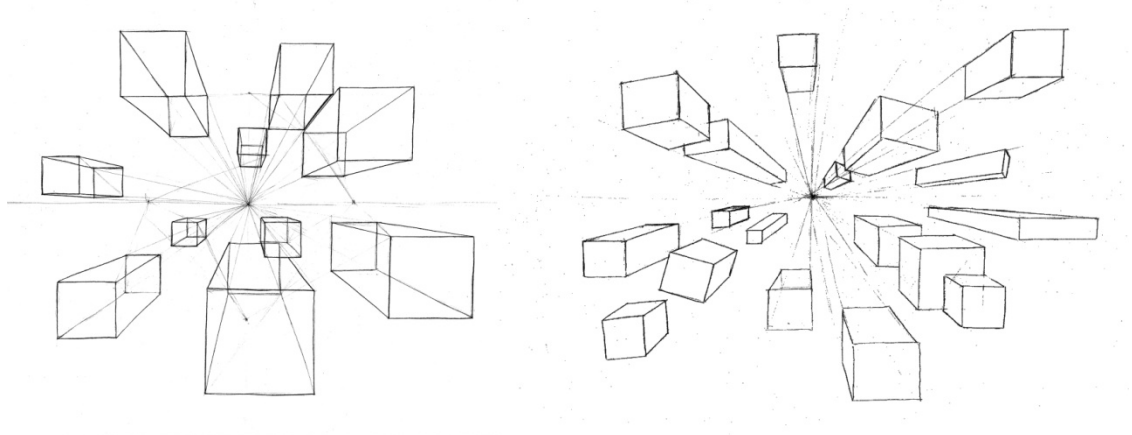


Figura nº 5 - Dois registos perspecticos.

A emergência recorrente, em desenhos dos alunos, desta forma de resposta diferencial ao repto da representação perspectica criou-nos, naturalmente, alguma inquietação, pois a sua apreciação pelo docente não pode passar pela aposição de um qualificativo de "errado" àqueles resultados particulares. Simplesmente, ali o aluno está dividido entre duas formas de pensar visualmente pelo desenho, sendo ambas legítimas. Nesta oscilação, cumpre ou inflecte o código de representação protocolado. O "desvio" do desenho do aluno apresenta-se, de resto, como prenunciador ou estado embrionário daquilo que afinal os arquitectos já formados e experientes fazem nos seus desenhos: uma apropriação individual e flexibilizada dos sistemas de representação geométrico-descritivos apreendidos. Nas palavras de Alberto Carneiro: "Não há sistemas, processos de representação pré-estabelecidos que vinguem, enquanto conformação de uma ideia, de um projecto, sem a sua autenticação, assimilação e transformação por quem desenha. O que deixa o campo das representações, de quem ensina e aprende, aberto para as possíveis verificações de que aquilo que parecia adequado na compreensão e na lógica dos sistemas, dos métodos e dos modelos não o é. O que conduz a novas indagações, à busca de outros dados conjugáveis e aferíveis no projecto em curso e como desenho, enquanto representação e consciência do sujeito"⁹.

9 CARNEIRO, Alberto, Campo Sujeito e Representação no Ensino e na prática do Desenho/Projecto, Porto, FAUP, 1995, pp. 16-17.

Note-se que é a circunstância de os alunos estarem a desenhar à mão livre, sem os instrumentos de apoio, que permite a ocorrência destas situações divergentes. Interessou-nos, assim, no desenvolvimento desta investigação, ter presente esta propriedade de flexibilidade do desenho à mão livre em arquitectura, resultante da sua dinâmica mental e gestual. Observem-se, como exemplo, os desenhos de estudo apresentados na Fig. nº 6. São desenhos que foram elaborados durante um processo de concepção de arquitectura e que, aliás (como pudemos confirmar junto do seu autor), foram executados sem uma observação directa, isto é, resultaram de uma memória visual do lugar, misturando na sua figuração pré-existências e componentes arquitectónicas projectadas.

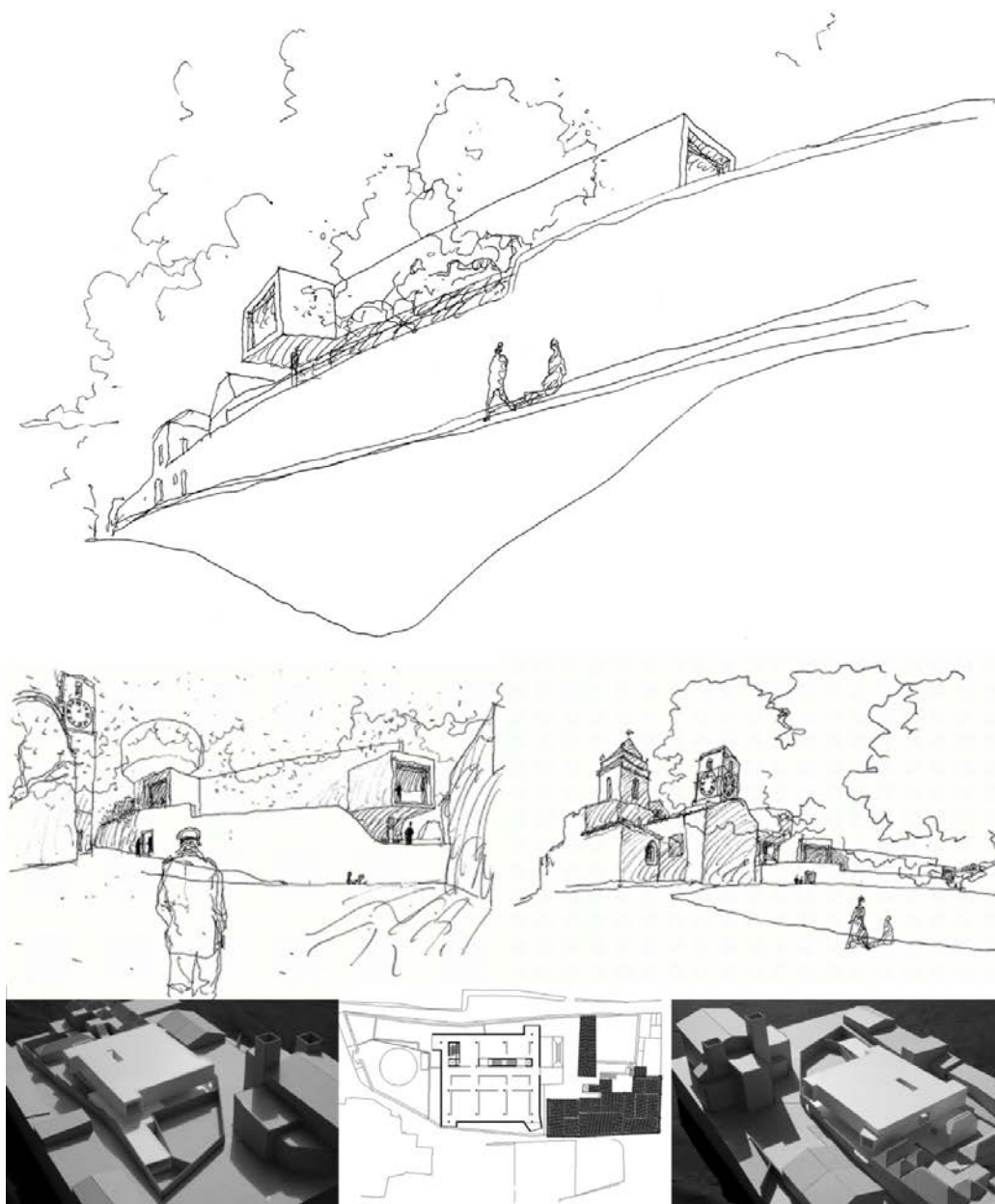


Figura nº 6 - Desenhos de estudo e representações formais de arquitectura.

Estes desenhos discorrem num imaginado deambular do olhar pelo espaço e revelam as evoluções direccionais visualmente expectáveis, nessa dinâmica, para além da identidade formal da arquitectura projectada e da sua envolvente, identificados na objectividade da planta e da maquete fotografada.

Em termos da sua estrutura gráfica, estes desenhos são claramente identificáveis como perspectivas e revelam um conhecimento sedimentado dos princípios perspécticos. Porém, na plasticidade que é intrínseca ao desenho à mão livre, redundam numa condição ambígua: não são, em rigor, perspectivas planares, pois indiciam curvilinearidade; não são, em rigor também, perspectivas curvilíneas formais, esféricas ou cilíndricas. Antes, desenvolvem uma gestão instintiva, visualmente ponderada, da estruturação gráfica/espacial do desenho, articulando-a eficazmente com os princípios perspécticos adquiridos.

A representação da visualidade, aqui, não é de ordem contemplativa, distanciada, é de carácter imersivo, experiencial. Novamente citando Alberto Carneiro, "Quanto à compreensão do campo e à consciência da escala do que é visto e representado, o sistema háptico toma parte fundamental, pois compreende tudo o que diga respeito às trocas directas e recíprocas entre o corpo e os espaços.(...) O tacto e a cinestesia associam-se na estruturação deste sistema de percepção, dispositivo pelo qual cada pessoa obtém informação simultaneamente sobre o que a envolve e sobre o próprio corpo: ela sente o objecto relativamente ao seu corpo e o seu corpo relativamente ao objecto. O que conduz à verificação de que o que é percebido pelos olhos e por todos os outros movimentos do corpo no espaço, se estrutura como noção de escala, de relação/apropriação dos dados que se organizam no campo observado e nas correspondentes representações. Quem desenha está dentro do campo e da representação, percorrendo inevitavelmente os espaços visíveis do seu desenho, do seu projecto."¹⁰

Já no decurso do processo formal de investigação para doutoramento, tivemos oportunidade de levar a cabo algumas pesquisas experimentais, baseadas em recolha e análise de desenhos manuais com carácter perspéctico, produzidos no contexto didáctico das disciplinas de Geometria Descritiva e Conceptual e de Desenho da Licenciatura em Arquitectura.

Uma destas pesquisas, particularmente significativa, envolveu a recolha de portefólios de desenho, num universo de duas turmas da disciplina de Desenho Arquitectónico do

¹⁰ CARNEIRO, Alberto, *ibidem*, pp. 39-42.

1º semestre do 2º ano. Nesta fase de aprendizagem, após um ano de treino intensivo em desenho, os alunos revelam, em média, já bastante proficiência e acção consequente em desenhos de observação. Adicionalmente, têm já um conhecimento do sistema perspectico de representação, veiculado nas disciplinas de Desenho (de uma forma mais genérica e intuitiva) e nas de Geometria (de uma forma mais compreensiva e sistemática). Este grupo de alunos tinha sido, também, de uma forma sintética, elucidado sobre as formas alternativas de perspectiva curvilínea - esférica e cilíndrica - nas aulas de Geometria Descritiva e Conceptual I do 1º semestre do 1º ano.

Numa primeira triagem, fizemos uma selecção dos desenhos com conteúdo espacial significativo, isto é, que correspondessem a um registo gráfico resultante da observação, preferencialmente abrangente, de um espaço físico envolvente.

Depois, numa segunda triagem e análise, verificámos no conjunto de desenhos seleccionados uma ambivalência que nos pareceu sintomática e relevante. Tratou-se de um tendencial agrupamento dos desenhos em duas categorias, no respeitante à gestão do conhecimento adquirido sobre as regras gráficas da perspectiva.

Por um lado, os desenhos que tomam aquelas regras por prioritárias, ou seja, como um código a seguir estritamente, ao qual se moldam e sobre o qual assentam os dados visuais resultantes da observação (ver exemplo na Fig. nº7, do lado esquerdo).

Por outro, os desenhos que, não deixando de revelar uma incorporação dos princípios fundamentais do código perspectico (convergências, relação entre tamanho aparente e profundidade), manifestam uma gestão mais visual e crítica da observação em tempo real, denotando percepção das mudanças direccionais resultantes da dinâmica natural do olhar: são notórios nestes desenhos sintomas de curvilinearidade, visualmente ponderada, na representação. É também neles notória uma maior fluidez e desenvoltura no que ao acto de desenhar diz respeito (ver exemplo na Fig. nº 7, do lado direito).

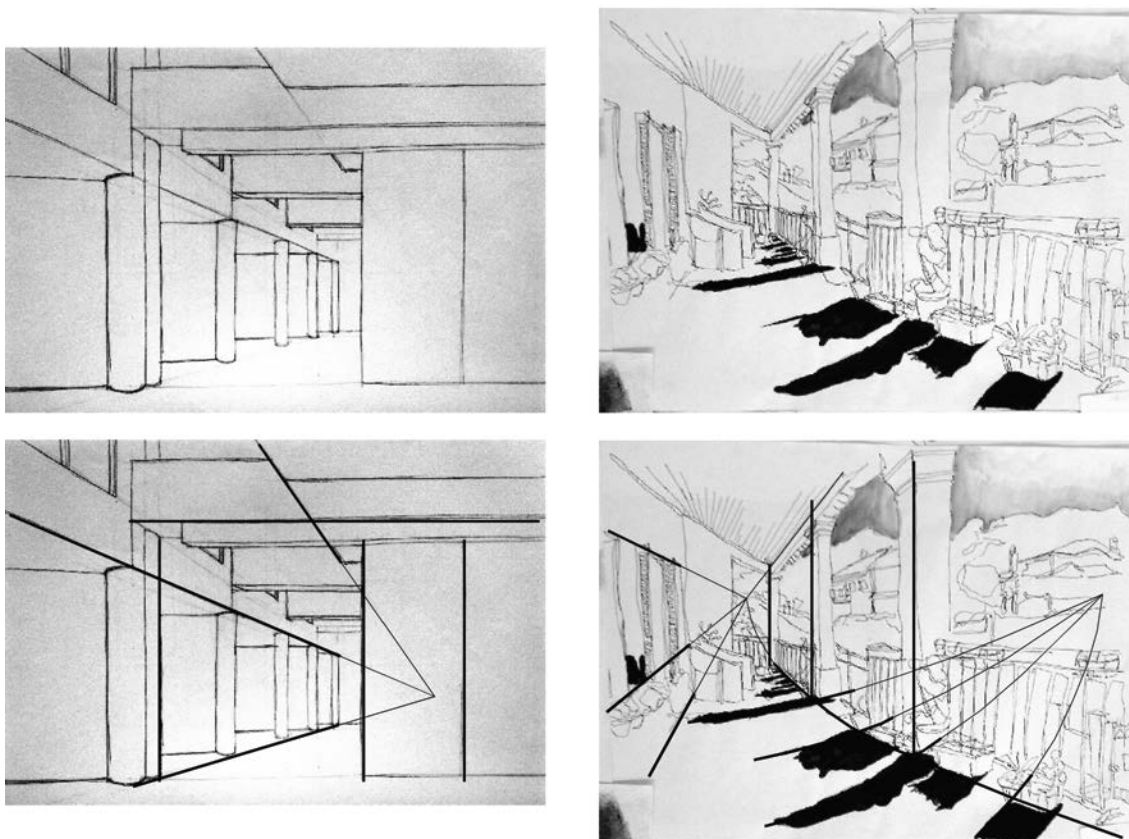


Figura nº 7 - Dois desenhos de observação com análise das estruturas subjacentes.

Para melhor ilustração desta pesquisa e fundamentação dos seus resultados, apresentamos no Anexo 1 o conjunto de desenhos seleccionados e analisados, separados nas duas categorias (estruturas subjacentes rectilíneas e curvilíneas).

O aspecto que nos pareceu relevante e emergente desta pesquisa circunstanciada foi a denotação de uma correlação entre as qualidades intrínsecas dos desenhos e uma certa flexibilização das regras do código perspéctico convencional (perspectiva planar), veiculadas nas aulas de Geometria e de Desenho. Tivemos, de resto, oportunidade de abordar colegas docentes de Desenho sobre esta pesquisa e os seus resultados, tendo estes confirmado que por regra os alunos que mais progridem no desenho são aqueles que encaram os pressupostos da perspectiva geométrica de uma forma mais crítica, ou seja, incorporando-a como factor interveniente, mas não exclusivo, na estruturação do desenho. Foi, aliás, nestas trocas de impressões,

referida enfaticamente uma certa condição "atávica" perante a perspectiva denotada nos alunos menos proficientes no desenho¹¹.

Este papel conformador do conhecimento da perspectiva na aprendizagem e progressão em desenho constituiu uma motivação para o desenvolvimento da perspectiva linear paramétrica, enquanto sistema dinâmico e flexível, geometricamente fundamentado, de representação perspéctica, potencialmente aplicável nas didácticas do desenho.

Uma outra pesquisa, com teor mais controlado e com redução de variáveis, consistiu numa sessão de desenho de observação, protagonizada por um pequeno grupo de alunos da disciplina de Geometria Descritiva e Conceptual II do 2º semestre da Licenciatura em Arquitectura. Estes alunos tinham já aprendido perspectiva planar no semestre anterior, mas sem qualquer abordagem às perspectivas curvilíneas. O que se lhes pediu foi o registo desenhado resultante de um posicionamento na sala de aula e de uma orientação corporal conforme indicado na Fig. nº 8.

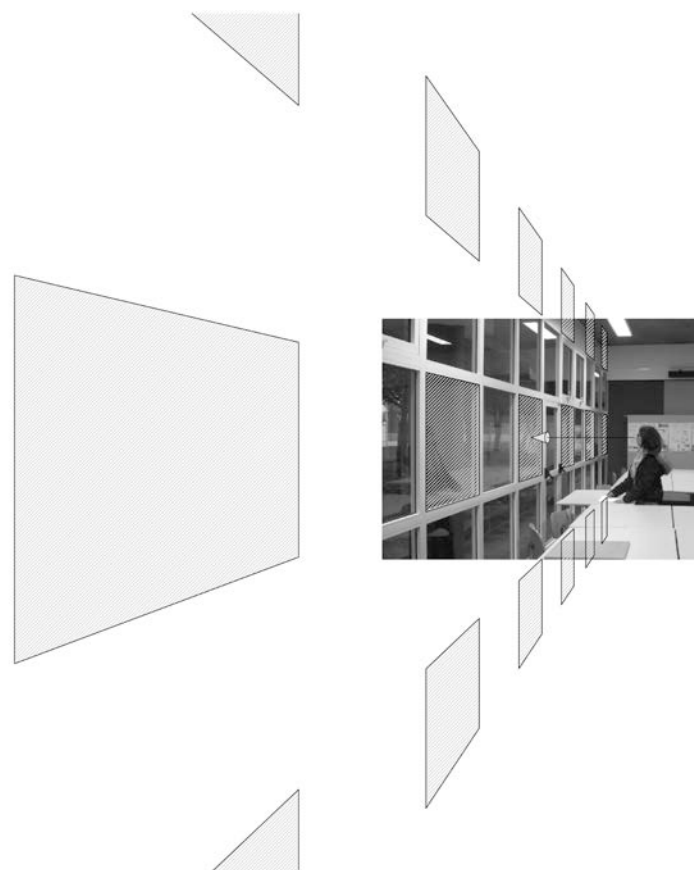


Figura nº 8 - Condições de observação para uma execução de registos perspécticos.

11 Conversas informais com os Professores Ana Guerreiro, Pedro Janeiro e Susana Oliveira, docentes de desenho da Faculdade de Arquitectura da Universidade de Lisboa.

Com referência na superfície de caixilharia, com módulos quadrados, que delimita a sala para o exterior, os alunos deveriam imaginar um conjunto de cubos com as faces mais próximas assentes sobre os módulos que estão indicados com mancha cinzenta na imagem. Esta estrutura física serviu assim de suporte e referência visual para que os cubos, naquelas condições, fossem imaginados e desenhados. Foram pedidos a cada aluno dois registos consecutivos, considerando, no primeiro, uma observação em campo visual estático (C1 - face estabilizada, olhos em movimento) e, no segundo, uma observação em campo visual dinâmico (C2 - permitindo-se rotação da cabeça e logo uma maior abrangência na visualização). São duas situações de observação exigentes, por se encontrar a superfície que contém as faces mais próximas dos cubos imaginados bastante próxima de quem desenha, forçando a colocação daqueles elementos em posições periféricas do campo visual, particularmente na segunda situação de observação.

No Anexo 2 apresentamos o conjunto de desenhos produzidos, organizados por aluno e pela situação de observação (C1 e C2). Estão também classificados conforme se tratem de repostas gráficas rectilíneas, em perspectiva planar (sigla RECT - Fig. nº 9, à esquerda) ou de repostas gráficas curvilíneas (sigla CURV - Fig. nº 9, à direita), havendo também casos que se trata de uma resposta composta, onde os alunos elaboram uma montagem de diferentes fragmentos perspécticos (em perspectiva planar) referentes aos diversos cubos imaginados no espaço. Este tipo de resposta, classificado com a sigla FRAG (Fig. nº 9, ao centro), é por vezes mais consistente, configurando o que poderíamos chamar de uma perspectiva poliédrica, facetada, ou mais desestruturado, denotando hesitação ou dificuldade do aluno em encontrar resposta desenhada à situação de observação, exigente, que se lhe colocou.

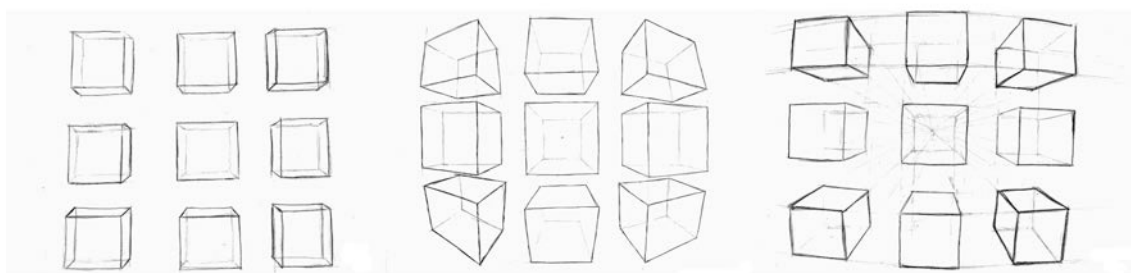


Figura nº 9 - Tipologias de resposta desenhada RECT, FRAG e CURV.

Dos resultados e da contabilização das tipologias de resposta (RECT, FRAG ou CURV), salientamos os seguintes aspectos:

- na situação C1, a maioria dos alunos (10 em 14) desenvolveu uma resposta apoiada na perspectiva planar, denotando uma adesão já tácita àquele sistema de representação para estruturação gráfica de desenhos de observação em campo visual estático (pese embora, no contexto e modo de observação proposto na experiência, os dados visuais poderem já conflitar de algum modo, com a expressão imediata da configuração geométrica dos elementos); três alunos elaboraram uma resposta do tipo fragmentado, resolvendo perspetivamente os cubos de forma individualizada ou em grupos verticais de três; apenas um aluno ensaiou uma resposta gráfica curvilínea, procurando sobrepor, com critério de continuidade, os dados visuais ao conhecimento da geometria objectiva dos elementos observados.

- na situação C2, as dificuldades sentidas tornaram-se evidentes nos resultados: apenas um aluno conseguiu, incorporando curvilinearidade, englobar no desenho cubos periféricos adicionais aos nove cubos mais centrais no campo visual; cinco alunos desenvolveram respostas curvilíneas, mas restringindo a representação aos nove cubos centrais, sem considerar os dados visuais resultantes da observação em campo visual dinâmico; seis alunos escolheram a via da perspectiva fragmentada, também só contemplando os nove cubos centrais; dois alunos mantiveram a resposta rectilínea da perspectiva planar; um aluno não foi capaz de traduzir a observação em resposta desenhada.

De um modo geral, o desempenho dos alunos nesta experiência demonstra que na sua acção no desenho prevalece ainda o imperativo cognitivo sobre o imperativo visual perceptivo, com consequências na sua capacidade de representação gráfica do espaço vivencial arquitectónico. Naturalmente, sendo alunos do 2º ano, é expectável que tenham ainda de progredir nesta capacidade, mas é sintomática, mesmo neste estágio da formação, a quase total ausência, nesta amostra, de respostas efectivas à segunda parte da experiência (C2), onde o requisito era a representação visualmente abrangente de um espaço envolvente, observado dinamicamente.

As práticas didácticas e as experiências, também em contexto didáctico mas com propósito de investigação, que descrevemos, permitiram-nos tirar algumas ilações. Por um lado, a verificação de que a implementação da estratégia didáctica da Geometria Descritiva como "Desenho" proporciona aos alunos um ambiente de treino e adestramento que lhes permite ultrapassar, pela prática e pela insistência, e com resultados gratificantes para os próprios, as dificuldades e desconforto inicialmente

sentidos com a ideia e a operatividade de um desenho rigoroso à mão livre. Ao mesmo tempo, constatámos que aquela estratégia permitiu a emergência de sinais que apontam no sentido de ser necessária e vantajosa uma abordagem mais inclusiva e abrangente ao tema da perspectiva linear, no contexto da formação básica dos estudantes de arquitectura.

Neste sentido, no percurso pedagógico que desenvolvemos acabámos por encetar uma aproximação aos sistemas alternativos de perspectiva, designadamente as perspectivas cilíndrica e esférica, investigando a sua formulação conceptual e deduzindo os seus modos operativos. Foram referenciais, nesta fase, os estudos de Escher, em particular as suas explicitações da estrutura gráfica da perspectiva cilíndrica, e o trabalho de Barre e Flocon¹² onde estes autores desenvolvem uma proposta conceptual e operativa de perspectiva esférica. Na didáctica da perspectiva, aquilo que nos pareceu viável, numa primeira abordagem que entretanto se foi rotinando, foi a inclusão de uma experiência de teor divergente, após a aprendizagem, incontornável, da perspectiva planar. Trata-se de exercícios de representação comparativos (feitos sobre um mesmo objecto) entre os três modos de perspectiva: planar, cilíndrica e esférica (Fig. nº 10), com o auxílio de matrizes gráficas de suporte ao desenho, para assegurar aos alunos um controlo gráfico satisfatório das tipologias curvilíneas das linhas (de facto, o salto do paradigma representacional da linha recta para outros paradigmas requer, nesta iniciação, este tipo de auxílio operativo).

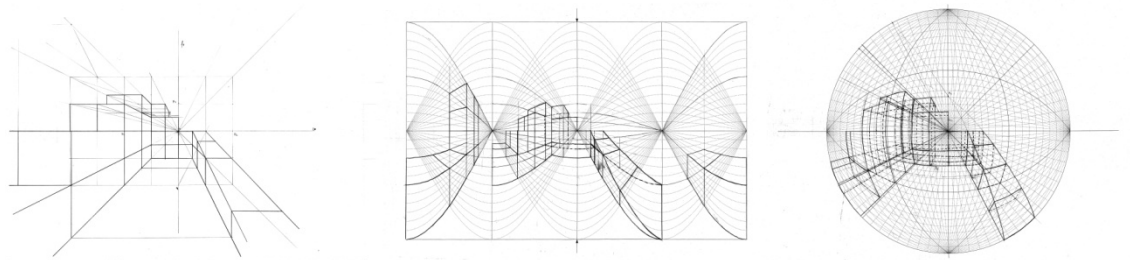


Figura nº 10 - Exercícios de representação perspectiva planar, cilíndrica e esférica.

- Estes exercícios visam alertar os alunos para a existência e possibilidade de modelos de representação espacial diferenciais e, assim, desconstruir qualquer percepção da perspectiva planar como sistema mandatório ou exclusivo que a respectiva didáctica, predominante e mais extensiva, possa neles ter criado. Por outro lado, permitem ao aluno também reconhecer, para além das

¹² BARRE, André e FLOCON, Albert, op. cit.

valências específicas de cada sistema, também os seus pontos de contacto e similaridades, conforme as palavras de Manuel Couceiro, Professor da Faculdade de Arquitectura da UL, orientador desta tese e com quem fomos, ao longo dos anos, partilhando a definição e implementação das estratégias didácticas que descrevemos; sublinha ele, sustentando o seu conceito de Perspectiva topológica¹³, segundo o qual as três perspectivas (planar, cilíndrica e esférica) devem funcionar como recursos complementares, que nestas "a tipologia gráfica da perspectiva linear se mantém. De facto, esta consubstancia-se essencialmente através de um conceito, comum aos três tipos, o de convergência. Efectivamente a força visual da perspectiva linear resulta da possibilidade de relacionar a posição do observador com a do objecto, em função dos objectivos do autor, e de a própria estrutura geométrica do desenho indiciar um efeito psicológico de escala, o que não se verifica com outros sistemas de projecção. Estes efeitos resultam da convergência, ou seja, da existência de pontos de fuga e linhas de fuga como elementos determinantes da orientação ou, por outras palavras, da especificação direccional de rectas e planos".

No entanto, a prática destes sistemas alternativos é necessariamente acompanhada do reconhecimento do carácter radical das suas figurações. Neste sentido, promovemos nos alunos a ideia de que deverão entendê-los mais como referenciais (situações limite) do que como modelos na construção do seu modo individual de desenhar o espaço e a arquitectura (de resto, esta estratégia didáctica inclusiva pretende, como vimos, promover o entendimento da própria perspectiva planar também como referencial e não modelo rígido para o desenho). De algum modo, o aluno deverá situar-se e construir o seu desenho numa latitude enquadrada por estes três referenciais.

A complementaridade e o carácter referencial dos três sistemas, que primeiramente reflectimos na didáctica da perspectiva, indiciam-nos entretanto a possibilidade de se repercutirem também num nível conceptual, ou seja, como hipótese de uma formulação congregadora da perspectiva, que articulasse aqueles três sistemas e, de algum modo, permitisse a fusão das suas capacidades. Foi esta a motivação que recolhemos, no contexto didáctico, para a investigação que desenvolvemos e que resultou na proposição da perspectiva linear paramétrica, objecto desta dissertação.

13 COUCEIRO, Manuel, "Perspectiva topológica - o conceito", Boletim da Aproged, Porto, 2003, pp.21-31.

Contexto de investigação

O outro âmbito em que a investigação decorreu, e onde recolheu propósito e motivação, está relacionado com a utilização da perspectiva na representação formal, ou seja, como desenho apoiado por instrumentos de precisão. Referimo-nos, naturalmente, nas práticas actuais da concepção em arquitectura, à utilização dos meios computacionais.

Verificamos, neste âmbito, uma situação paradoxal: as possibilidades de cálculo e de visualização associadas à computação gráfica, no domínio do desenho vectorial (versão digital do desenho linear), estão actualmente dedicadas a repercutir exclusivamente o paradigma graficamente acessível da perspectiva planar, rectilínea, enquanto as perspectivas curvilíneas, caracterizadas por uma complexidade significativa de procedimentos gráficos, no âmbito de um desenho por meios tradicionais analógicos, não têm tido no âmbito do desenho computacional a sua aplicação e vulgarização, sendo no entanto este o meio que obviamente permite contornar aquela complexidade e viabilizar a sua implementação.

Veja-se, como exemplo, a Fig. nº 11, onde consta, à esquerda, o conjunto de traçados geométricos necessários à construção da imagem perspéctica apresentada à direita. Esta perspectiva corresponde à aplicação do método de perspectiva esférica de Barre e Flocon¹⁴, onde o desenho das linhas projectadas é sujeito a uma simplificação gráfica: a substituição das linhas transcendentais decorrentes da transformação de Postel (ou projecção azimutal equidistante), aplicada neste método, por linhas circunferenciais (arcos de circunferência), cuja diferença para com aquelas linhas é de ordem centesimal, ou seja, visualmente irrelevante e, portanto, aceitável e facilitadora da operatividade do sistema. De facto, a complexidade dos traçados é já notória com esta simplificação (e tendo em conta a simplicidade formal do objecto representado), mas seria ainda mais expressiva se aplicássemos a transformação de Postel rigorosamente, na sua definição matemática.

14 BARRE, André e FLOCON, Albert, op. cit.

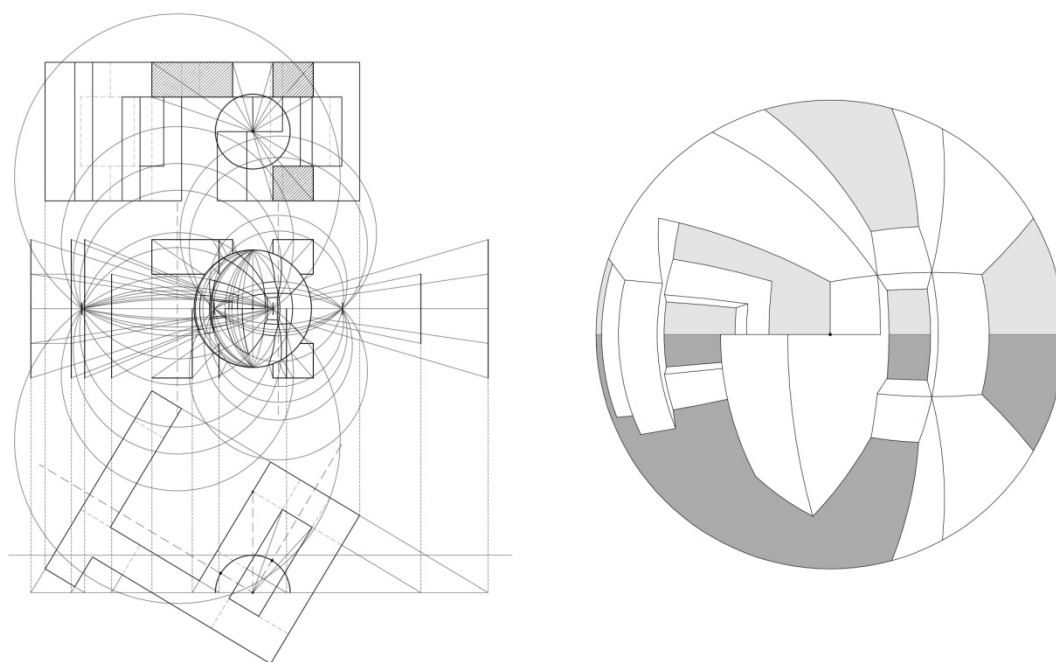


Figura nº 11 - Construção gráfica de uma perspectiva curvilínea.

Estava inscrito como um dos objectivos desta investigação a execução de uma implementação gráfica, experimental, do sistema de perspectiva linear paramétrica, para efeitos de testagem, validação e demonstração no âmbito da tese. Esta implementação poderia, provisionalmente, ter diferentes forma e alcance, consoante a verificação ou não do que, na proposta de candidatura a doutoramento, foi definida como tarefa condicionada: a procura e concretização de uma parceria externa, extravasando o âmbito individual da tese, que permitisse o desenvolvimento de uma implementação computacional funcional, utilizável nos processos de representação e concepção em arquitectura. Dadas as características de variação dinâmica da superfície de projecção que caracteriza o conceito da perspectiva linear paramétrica, este objectivo configurava-se como óbvio e desejável, pois os meios da computação gráfica permitiriam operacionalizar aquela dinâmica e viabilizar a produção dos correspondentes resultados perspécticos. Esta parceria, a ser concretizada, correria em paralelo com a nossa investigação, articulando-se com esta numa óptica de sinergia, em que os resultados de uma reverteriam para o desenvolvimento da outra, com reciprocidade.

No entanto, a implementação gráfica experimental, no âmbito estrito da tese, teria de ser feita independentemente da existência ou não daquela parceria: iríamos naturalmente empenhar-nos na procura desta, mas não dependeria exclusivamente de

nós a sua concretização (por esta razão a tarefa se considerava condicionada, ou seja, sujeita às circunstâncias, extrínsecas ao processo de doutoramento, que se viessem a verificar posteriormente).

A implementação gráfica autónoma passaria necessariamente pela utilização de meios computacionais, dada a complexidade de traçados que a PLP implicaria. Ao nosso alcance estavam, no início do processo de doutoramento, a utilização da ferramenta computacional de desenho vectorial *Autocad* e, em articulação com esta, a linguagem de programação *Autolisp*, para produção de *macros*: sequências programadas de comandos nativos do *Autocad*, permitindo a automatização de processos de desenho bidimensional ou tridimensional, incluindo a execução de procedimentos de projecção e de transformação, recorrendo a geometria analítica. Estes recursos permitiriam a produção de conjuntos de representações perspécticas exemplificadoras da diversidade proporcionada pelo sistema de perspectiva linear paramétrica.

Em Setembro de 2005, havíamos apresentado um *poster*¹⁵ (Anexo 3) na conferência internacional eCAADe23, em Lisboa, onde desenvolvíamos sobre as consequências gráficas da aplicação de transformações homológicas sobre uma superfície de projecção hemisférica, permitindo-lhe evoluir até um estado planar, deste modo sustentando uma ligação contínua entre os sistemas de perspectiva esférica (no modelo de Barre e Flocon) e de perspectiva planar, configurando antecipadamente um dos parâmetros - Raio - de variação da superfície de projecção no conceito da perspectiva linear paramétrica. A tabela comparativa de imagens ali patente resultou da aplicação uma *macro Autolisp*, que desenvolvemos e que produz transformações analíticas radiais centrípetas, sobre uma perspectiva planar, fazendo-a transitar para uma perspectiva esférica, passando por diferentes estados perspécticos intermédios (Fig. nº 12).

15 CORREIA, Vitor, "Curvilinear Perspective in CAAD", Proceedings of the 23rd eCAADe Conference, Lisbon, IST, 2005, p. 859.

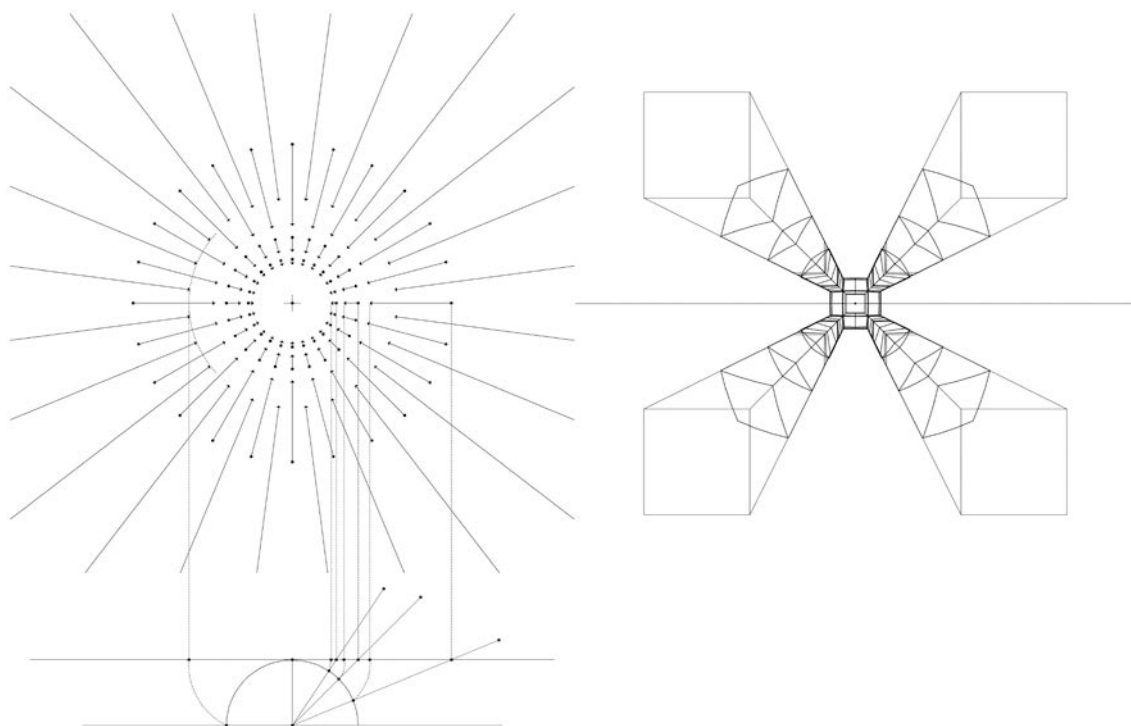


Figura nº 12 - Transformações analíticas planares sobre perspectivas.

Em Setembro de 2007, apresentámos em co-autoria com Luís Romão, Professor da Faculdade de Arquitectura da UL, um *paper*¹⁶ (Anexo 4) na conferência internacional eCAADe25, em Frankfurt, onde publicámos primeiramente o conceito de perspectiva linear paramétrica, nas suas definições gerais. Nesta fase, acrescentámos um novo parâmetro - Excentricidade - definidor das variações da superfície de projecção, agora no caso geral uma superfície esferoidal (elipsoidal de revolução). Precisamente através de alterações na sua excentricidade, esta superfície podia agora transitar entre o estado de forma esférico para o estado de forma cilíndrico (casos limite) assumindo múltiplos (teoricamente, infinitos) estados de forma esferoidais intermédios. Este novo parâmetro veio articular-se com o anterior parâmetro Raio, já definido, potenciando ainda mais as variações de superfície de projecção e das correspondentes representações perspécticas. Tornou-se necessário, assim, generalizar a projecção (na SP) e a representação gráfica (na SR) de qualquer segmento de recta no espaço tridimensional e considerando qualquer estado de forma da superfície de projecção,

16 CORREIA, José Vitor e ROMÃO, Luís, "Extended Perspective System", Proceedings of the 25rd eCAADe Conference, Frankfurt, FH Frankfurt, 2007, p. 185-192.

estabilizado pelas concretizações dos parâmetros Raio e Excentricidade¹⁷. Com a aplicação de procedimentos de homologia (em particular, a afinidade), desenvolvemos um método gráfico (Fig. nº 13) relativamente elaborado onde, partindo do plano projectante de uma recta no espaço, se calcula graficamente a representação perspéctica dessa recta, considerando um estado geral da superfície esferoidal de projecção. Seguir-se-ia, naturalmente, a tentativa de implementação gráfica automatizada deste método, com recurso aos meios computacionais já referidos (*Autocad* e *Autolisp*).

Esta via de desenvolvimento do trabalho foi, no entanto, descontinuada, pois concretizou-se entretanto a parceria prevista nos objectivos da proposta inicial de doutoramento, introduzindo no desenvolvimento do nosso trabalho meios de computação gráfica mais eficientes e adequados à implementação gráfica do sistema de perspectiva linear paramétrica.

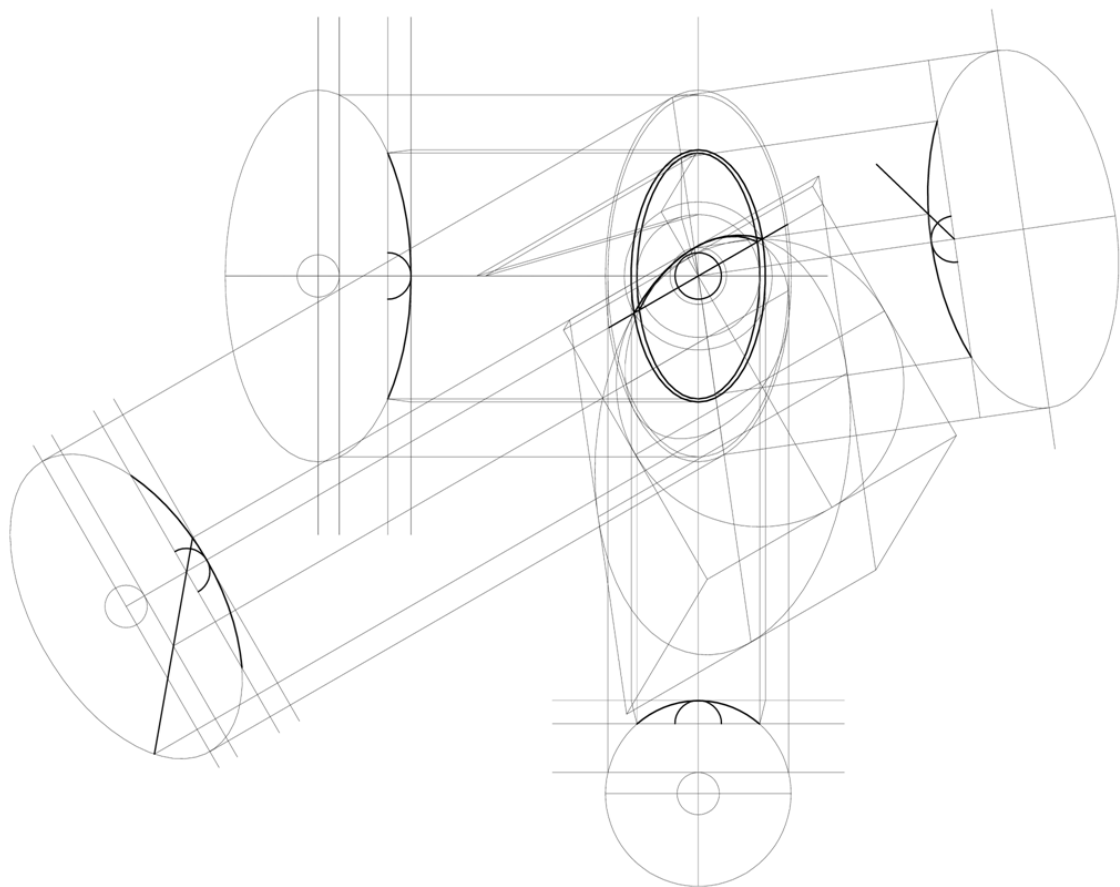


Figura nº 13 - Um método gráfico para determinação de projecções perspécticas.

¹⁷ Estes parâmetros serão explicados mais detalhadamente no capítulo 3 desta dissertação.

De facto, o objectivo da parceria concretizou-se, em Abril de 2010, com o arranque de um projecto de investigação de equipa multidisciplinar, na Faculdade de Arquitectura da então UTL e com a participação da Faculdade de Ciências da então UL. O projecto foi viabilizado por um financiamento da FCT, através do concurso nacional para financiamento de projectos de investigação científica e desenvolvimento tecnológico de 2008, ao qual a equipa submeteu uma candidatura que obteve aprovação.

Denominado "*Naadir - a new approach to architectural drawings, integrating computer descriptions*"¹⁸, este projecto visou, nos seus objectivos principais, precisamente a implementação computacional do conceito da perspectiva linear paramétrica, ali designada de *Extended Perspective System*, para efeitos de divulgação internacional. A implementação pretendida envolveria a operacionalização e usabilidade desta nova formulação de perspectiva através de uma interface de utilizador, com a qual se poderiam obter as múltiplas representações perspécticas que aquela concepção possibilita, partindo de modelos tridimensionais digitais de objectos arquitectónicos.

Uma parte substancial da nossa investigação passou assim a decorrer no âmbito do projecto Naadir e significou o nosso envolvimento substancial nas tarefas de Conceptualização do sistema, da sua Definição formal matemática e respectiva Validação, tarefas que são pelo seu conteúdo reivindicáveis para o âmbito da nossa investigação, na medida exacta do empenho pessoal que tivemos na sua prossecução, em colaboração com os membros da equipa do projecto Naadir.

A tarefa de Conceptualização implicou a consolidação do enquadramento teórico e das definições conceptuais do sistema de perspectiva linear paramétrica.

A tarefa de Definição formal matemática implicou a tradução das definições conceptuais e operativas do sistema em linguagem algébrica, contemplando também aspectos metodológicos e problemas matemáticos específicos do âmbito da computação gráfica. O desenvolvimento desta tarefa foi o trabalho mais significativo, neste enquadramento, tendo-se substanciado em inúmeras sessões de trabalho onde se seguiu uma metodologia de investigação baseada na conjugação de procedimentos de geometria sintética e de geometria analítica, visando a construção de uma definição algébrica do sistema, para posterior integração nos algoritmos de computação (Fig. nº 14).

¹⁸ Mais informação sobre o projecto pode ser consultada no respectivo *website* oficial, disponível em <http://naadir.fa.ulisboa.pt>.

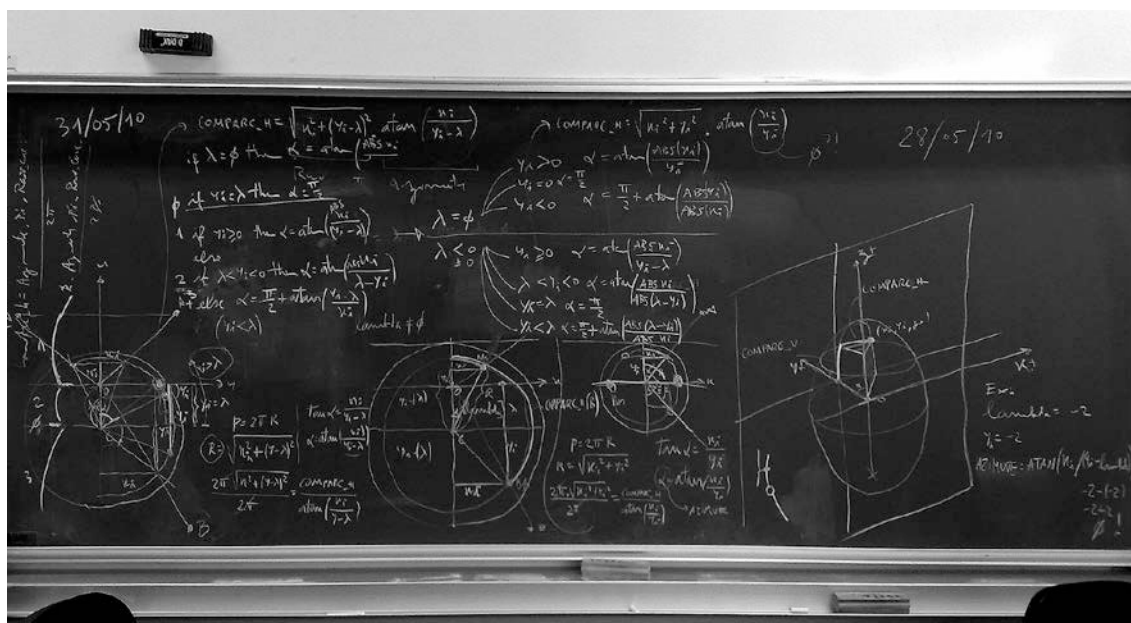


Figura nº 14 - Registo de uma sessão de trabalho em geometria e álgebra.

A Validação do modelo matemático implicou a verificação da correcção de todas as partes da descrição algébrica efectuada, nas suas sequência e articulação.

Na realidade, as tarefas de Definição formal e de Validação acabaram por ser executadas em simultâneo, dada a opção metodológica, em termos de plataforma de trabalho. De facto, foi utilizada a plataforma *Matlab/Octave*, com a sua linguagem de programação específica, que tivemos naturalmente de aprender e praticar. Trata-se este software de uma interface dedicada à escrita, testagem e validação de processos matemáticos, incorporados em algoritmos, e cujos resultados podem ser visualizados em gráficos bidimensionais ou tridimensionais. Ou seja, nesta plataforma foi possível operacionalizar a perspectiva linear paramétrica, na forma de um primeiro protótipo computacional, onde está implementada toda a sequência de projecção de um objecto tridimensional sobre a superfície de projecção esferoidal parametrizada e consequente transferência das projecções para a superfície de representação plana, definindo a representação perspéctica do objecto, com controlo da sua posição e orientação relativamente ao centro de projecção (observador). Em suma, este primeiro protótipo computacional consiste numa concretização do perspectógrafo da PLP.

O conjunto vasto de perspectivas que apresentaremos no capítulo 4, como demonstração das capacidades representacionais da perspectiva linear paramétrica, são resultado deste nosso envolvimento no projecto Naadir, em articulação sinérgica com a investigação para efeitos da presente tese.

1.4 Caracterização da tese

Na investigação que encetámos e desenvolvemos, tomámos como ponto de partida a identificação e selecção de três sistemas geométricos autónomos de representação perspéctica, designadamente: a perspectiva planar (rectilínea), a perspectiva cilíndrica (curvilínea) e a esférica (curvilínea).

Estes três sistemas apresentam propriedades conceptuais e operativas distintas, embora tenham um mesmo propósito: codificar graficamente o espaço tridimensional, na sua leitura visual, isto é, proporcionar uma interpretação desenhada (e sublinhamos: interpretação, não reprodução), geometricamente estruturada, da percepção visual humana do espaço. Percepção visual entendida aqui num sentido muito lato, incluindo todos os modos de olhar e de observação que esta subentende.

A tridimensionalidade veiculada por uma representação perspéctica é de ordem vivencial, simuladora da presença do indivíduo observador no espaço e surge, assim, articulada e entrosada com a dimensão da profundidade, isto é, o padrão complexo de distâncias, entre o próximo e distante, dos elementos que se apresentam no campo visual do sujeito que vê e onde actua. Esta propriedade advém de uma estruturação gráfica onde se repercutem atributos existentes e identificáveis na percepção visual, particularmente a relação inversa entre tamanhos aparentes e distâncias ao observador que, no âmbito da representação linear, significa a convergência gráfica de rectas espacialmente paralelas para pontos de fuga e a distribuição destes sobre linhas de fuga, elementos que projectivamente representam entidades geométricas (pontos e rectas) impróprias.

A perspectiva planar é hoje um sistema unitário, resultado da sua primeira formulação matemática no período da renascença e dos sucessivos desenvolvimentos que foi tendo ao longo do tempo, com os contributos de múltiplos autores e protagonistas que se foram agregando a um corpo teórico comum e consistente. É, simultaneamente, no âmbito da representação perspéctica, o sistema predominante e de utilização mais disseminada e consensual. A consolidação e sedimentação histórica e cultural deste sistema promoveram a sua adequação e aceitação como máquina conceptual de produção de figurações cúmplices e evocadoras da experiência visual, sobretudo quando a ele se veio juntar, e sustentada por princípios geométricos equiparáveis, toda a produção fotográfica que medeia a nossa relação visual com o mundo. É, portanto, um sistema eficaz em termos de interpretação gráfica e reconhecimento da

visualidade, mas aqui entendida como experiência visual delimitada em termos de campo de visão. De facto, a representação em perspectiva planar apresenta as características distorções periféricas que, na aproximação ao seu limite de campo de visão de 180°, comprometem a função representacional, isto é, o próprio reconhecimento dos objectos e espaços figurados, como exemplificado na Fig. nº 15. Paradoxalmente, o aumento do campo de visão na perspectiva planar, em vez de propiciar uma leitura imersiva no espaço representado, provoca pelo contrário um afastamento, em profundidade e em direcção ao centro do campo de visão, de todo o cenário espacial. De facto, graficamente, o limite da perspectiva planar, quando o campo de visão atinge os 180°, atinge a abstracção de um conjunto de linhas radiais convergentes em P.

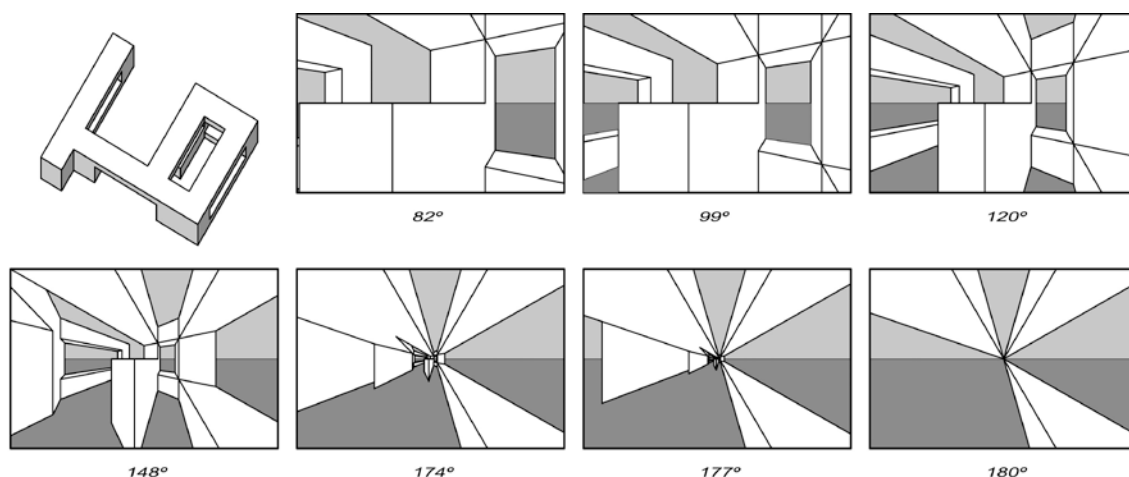


Figura nº 15 - Objecto; perspectiva planar: campos de visão de 82° a 180°.

As perspectivas curvilíneas, pelo contrário, apresentam um historial fragmentado e relativamente inconsistente, na medida em que é composto de um número significativo de proposições autorais individualizadas, diferenciadas e desagregadas, que não concorrem para um corpo teórico comum, conforme nos demonstra James Elkins, na resenha que faz sobre esta temática particular da perspectiva¹⁹. Estas perspectivas têm uma utilização minoritária, em resultado da complexidade intrínseca das construções geométricas que requerem, mas sobretudo pela menor congruência visual das suas figurações. O atributo mais significativo das perspectivas curvilíneas é o de proporcionarem a interpretação gráfica de uma experiência visual dinâmica, ou seja,

19 ELKINS, James, *The poetics of Perspective*, New York, Cornell University Press, 1994, pp. 181-216.

estabelecida sobre campo visual alargado ou mesmo completo (360°). Por outro lado, no respeitante à imersividade proporcionada na leitura da representação perspectica, estes sistemas mantêm um sentido de colocação espacial do observador e de proximidade do cenário espacial.

De alguma forma, as perspectivas curvilíneas cumprem um papel prostético, amplificador da visão humana (no mesmo sentido em que o fazem outros dispositivos: lentes, espelhos, binóculos, microscópios, etc.), ao permitirem uma leitura visual estabilizada, homogênea e simultânea de um campo de visão alargado, uma experiência que é negada pelo sistema neurofisiológico da visão humana. Esta capacidade implica, no entanto, a concessão relativa aos encurvamentos gráficos (também estes, de uma outra forma, distorções) das linhas representativas de rectas espaciais.

As curvaturas subjectivas, assim chamadas por dependerem de uma avaliação individual, logo subjectiva, da experiência da visão, podem dividir-se em duas categorias: as relacionadas com a base informacional, retinal, da visão, e as relacionadas com a experiência da visão enquanto processo dinâmico. As primeiras, embora comprováveis por estudos experimentais, não são no entanto marcantes na experiência visual humana. (assim como, por exemplo, a redução da acuidade visual, informacional, retinica, da visão, baseada na progressiva redução da densidade de células fotossensíveis, também não é marcante na experiência visual humana). As segundas, relacionadas com hábitos de visão rotineiros não condicionados, são mais consensuais, sobretudo se no âmbito de uma análise e avaliação intencional, embora sempre subjectiva, dos dados da percepção visual.

Leonardo da Vinci assinalou nos seus registos escritos e desenhados os aspectos decorrentes das análises da óptica (à época, o estudo da visão humana ou perspectiva natural) que indiciam a presença de curvilinearidade na visão, em particular no caso paradigmático das curvaturas lidas ou pressentidas na experiência de visualização de uma parede frontal que se estende indefinidamente (ou longamente) para a esquerda e direita do campo visual (uma experiência de campo visual dinâmico) e que conflitua com a representação da mesma situação em perspectiva planar, onde os topos superior e inferior da parede se apresentam paralelos ²⁰.

20 ANDERSEN, Kirsty, op. cit., pp. 84-113.

As contradições constatadas entre a perspectiva natural (óptica) e a perspectiva artificial, geométrica, fundaram então uma fractura no corpo teórico geral da perspectiva, que dura até aos dias de hoje e que Gombrich, não sem alguma ironia, apelida de debate (infundável) entre as facções dos *straightliners* e dos *curvilinearists*²¹.

Efectivamente, aquelas contradições geraram, em termos qualitativos, duas posturas críticas opostas, a favor e em desfavor da perspectiva linear rectilínea.

A primeira postura implica a ideia de que a perspectiva linear renascentista não tem de responder aos alegados atributos curvilineares da visão, pois não é essa a sua vocação, mas sim a de proporcionar uma leitura visual estabilizada e homogénea (racionalizada, objectivada) do espaço através da representação. Ou seja, a função da perspectiva é evocar a própria estabilidade proporcionada pelos mecanismos perceptuais. Em suma: visa representar as coisas como estas se apresentam ao olhar.

Esta postura implica a convencionalização de parâmetros perspécticos, como a distância do observador ao objecto a representar ou a amplitude do cone/pirâmide visual, para delimitação de um enquadramento e contenção da perspectiva dentro dos limites onde esta é eficiente e visualmente congruente. Esta postura tem ainda suporte num argumento teórico muito forte, relacionado com a possibilidade de uma perspectiva poder ser vista a partir do ponto legítimo: nesta circunstância, as eventuais distorções rectilíneas são perceptualmente mitigadas ou eliminadas; nesta circunstância, também, as características geométricas da visão (admita-se, por hipótese: curvilíneas) afectarão perceptualmente quer os objectos representados, quer as suas representações, coincidentes na extensão da pirâmide visual, do ponto de vista do observador; ora, se os objectos rectos, nesta hipótese, forem vistos como curvos, então as suas representações, para serem vistas como os objectos (curvas), têm necessariamente de ter a geometria do objecto, ou seja, têm de ser rectas.

As perspectivas curvilíneas impossibilitam a construção de um argumento como este, na medida em que não há, nestas, um ponto legítimo, por anulação da colinearidade entre ponto no espaço, ponto projectado na superfície de projecção e ponto transposto para a superfície de representação. Ademais, a representação perspéctica pelo método clássico é caracterizada por uma resiliência notável: mesmo que uma perspectiva não seja vista a partir do ponto legítimo (o que, aliás, é a situação normal de observação de uma figuração perspéctica), esta é lida pelo sistema perceptual com

21 GOMBRICH, E. H., op. cit., p. 208.

uma constância que relativiza e estabiliza os efeitos visuais da variação do ponto de vista adoptado.

A segunda postura implica a ideia de que a perspectiva linear renascentista não responde correctamente aos requisitos da representação gráfica da perspectiva natural. Ou seja, o sistema clássico deverá ser substituído por uma outra concepção de perspectiva, mais adequada àquele propósito. Aqui se gerou o filão persistente das proposições autorais de sistemas de perspectiva curvilínea. Estas, verificáveis pelo menos desde o período do renascimento, encontram-se assim recorrentemente inseridas numa linha de cepticismo e crítica sobre as propriedades e as alegadas limitações da perspectiva planar enquanto processo de tradução gráfica da percepção visual. Nesta linha, aquelas proposições são instituídas como perspectivas alternativas e concorrenciais relativamente à perspectiva planar. Estão nesta linha, sintomaticamente, os autores de uma das principais referências bibliográficas deste trabalho, Barre e Flocon, na sua formulação de uma perspectiva curvilínea²², em cuja proposição e sustentação enveredam por uma postura teórica, muito marcada e algo prosélita, de contraposição à perspectiva planar (chegando a prognosticar a substituição desta pelas perspectivas curvilíneas, nos processos representacionais artísticos, como consequência de uma alegada obsolescência do modelo clássico de perspectiva). De facto, esta substituição não ocorreu e não tinha de, ou talvez não poderia, ocorrer. O edifício da perspectiva linear clássica é tão robusto e culturalmente sedimentado que se torna espúrio querer derrubá-lo. Não obstante, esta perspectiva é agora consolidada já não pela pintura, mas pelos mecanismos fotográficos, físicos e virtuais (os espaços digitais), omnipresentes.

Efectivamente, a curvilinearidade não é um atributo marcante da percepção visual humana, possa-se embora pressenti-la em experiências particulares e individuais de visualização, com apreciação crítica e atenção dirigidas. Ou seja, num propósito geral da representação gráfica, poder-se-á não identificar uma razão maior para a inclusão da curvilinearidade, pois não será consensual. Porém, na utilização da representação gráfica nos processos de concepção em arquitectura, parece-nos haver uma especificidade: o sujeito que desenha e/ou lê o desenho não assume tanto um papel de espectador de uma cena (um "estar perante"), mas mais de imaginado habitante dos espaços figurados (um "estar em"). Neste sentido, o desenho concepcional em arquitectura terá, enquanto representação visual, um propósito menos de ordem pictórica/fotográfica e mais do âmbito da simulação/sugestão da vivência dos espaços

²² BARRE, André e FLOCON, Albert, op. cit.

projectados. Diríamos, até, um propósito de imersividade, no âmbito de um pensamento espacial visualmente suportado. De alguma forma, a informação visual (observada ou imaginada), deverá ser plasmada graficamente de forma a corresponder à projecção que quem desenha faz de si mesmo a percorrer/habitar os espaços que está a conceber. Neste sentido, as curvaturas subjectivas relacionadas com a experiência de campo visual dinâmico podem ter um papel crucial e conformador na estruturação do desenho.

Quando falamos de perspectiva e da sua adequação representacional relativamente à percepção visual, temos de ter em conta a diversidade dos sistemas perspécticos, independentemente da sua consensualidade ou marginalidade.

Quando falamos de percepção visual, temos de ter em conta que falamos de duas coisas diferentes: por um lado, num sentido teórico e objectivo, falamos do conhecimento científico actual sobre a percepção visual que é, assumidamente pelos seus investigadores e protagonistas, ainda bastante insuficiente relativamente a explicar os processos cerebrais fundamentais que explicam a performance da percepção visual humana; por outro lado, num sentido mais empírico e subjectivo, falamos da percepção individual que temos sobre a nossa própria percepção, ou seja, somos juízes em causa própria e não temos nem podemos ter o necessário distanciamento para avaliar. Gombrich, após enumerar os aspectos que subjectivizam a experiência visual humana e a que já aludimos, enfatiza que não há uma relação directa ou de causa-e-efeito entre o mundo óptico (a informação lumínica emanada do mundo físico e que entra pelos olhos) e o mundo da experiência visual (aquilo a que nos temos referido nesta dissertação como visualidade) e que Gombrich refere metaforicamente como uma "caixa negra" onde a informação do mundo óptico entra e à qual não temos acesso privilegiado e cujo funcionamento não podemos de todo testemunhar, apenas protagonizar. Realçamos, ainda, a importância do *feedback* proporcionado pelas figurações visuais, isto é, as dimensões, complexas, de aprendizagem e de aculturação no domínio da percepção visual e as respectivas repercussões sobre os juízos que, sobre ela, se possam elaborar.

Neste trabalho, adoptamos e afirmamos uma terceira postura, heterodoxa relativamente às duas acima descritas: não nos posicionamos definitivamente em nenhum dos campos de argumentação (em favor ou desfavor deste ou daquele sistema de perspectiva), mas no sentido de admitir que qualquer sistema de representação perspéctica que reúna na sua formulação atributos caracterizadores da

percepção visual humana, na sua complexidade, poderá ser útil na tarefa de interpretação gráfica da experiência visual.

Assumimos, assim, a legitimidade e, até, a propriedade, das perspectivas curvilíneas como processos geometricamente estruturados de interpretação gráfica da visualidade, ou seja, a sua evidente capacidade figurativa dos objectos representados.

Na Fig. nº 16 ilustramos, para o mesmo objecto patente na Fig. nº 15, as representações obtidas com a utilização dos sistemas planar, cilíndrico e esférico, consideradas na respectiva amplitude máxima de campo de visão. Verificamos que as perspectivas cilíndrica e esférica assumem, nestas condições, uma função de complementaridade, ou seja, permitem suprir a impossibilidade, intrínseca, da perspectiva planar em gerar representações correspondentes a intervalos de campo visual superiores a 180° , tendo esta até já perdido a sua capacidade figurativa num valor de amplitude inferior àquele. Por outro lado, na sua manutenção de capacidade figurativa em campo de visão alargado (360°), as perspectivas esférica e cilíndrica apresentam configurações gráficas curvilíneas estruturalmente divergentes, em resultado precisamente das suas formulações conceptuais e operativas distintas.

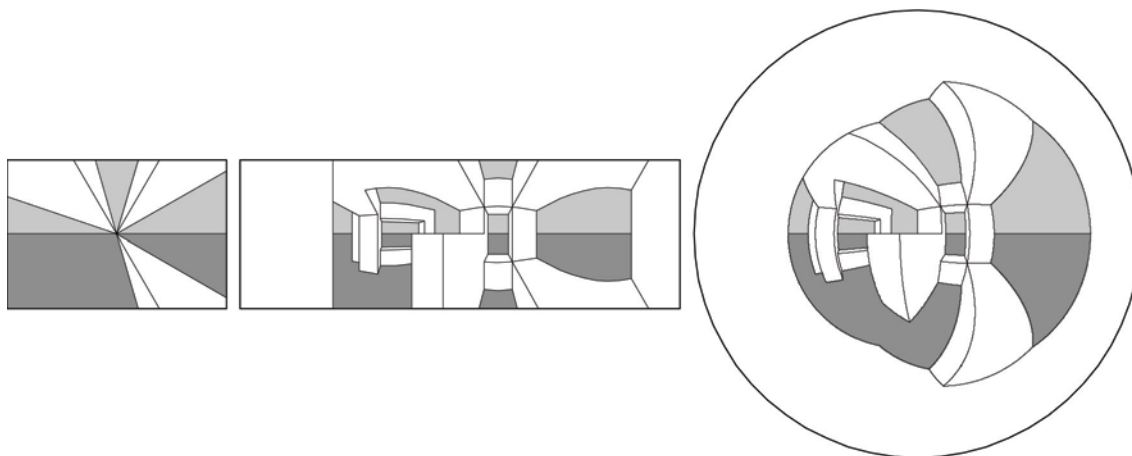


Figura nº 16 - Perspectivas planar, cilíndrica, esférica: campos de visão de 180° , 360° , 360° .

Delineamos assim os contornos do problema que nos propusemos abordar nesta investigação: a formulação em separado ou, se quisermos, uma desagregação ao nível conceptual dos diversos sistemas perspécticos, quando estes podem afinal convergir nos seus propósitos. Considere-se, como exemplo, o sistema de representação axonométrica. Neste, debaixo de uma mesma e única formulação

conceptual, a concretização de variáveis (orientação dos eixos coordenados, direcção das projectantes) determina os diversos subsistemas axonométricos. Isto é, axonometrias monométricas, dimétricas ou trimétricas e axonometrias ortogonais ou clinogonais são todas instituídas como categorias ou concretizações particulares de um mesmo sistema conceptualmente unificado, a que assiste uma propriedade de variação contínua e, assim, de transição dinâmica entre subsistemas. Esta propriedade e aquela unificação não são actualmente verificáveis no âmbito dos sistemas perspécticos de representação.

Na Fig. nº 17 ilustramos, ainda para o mesmo objecto, as representações obtidas com a utilização dos sistemas planar, cilíndrico e esférico, neste caso considerando sempre um campo de visão, mais delimitado, de 120°. Aqui, ressalta a maior proximidade entre as três figurações.

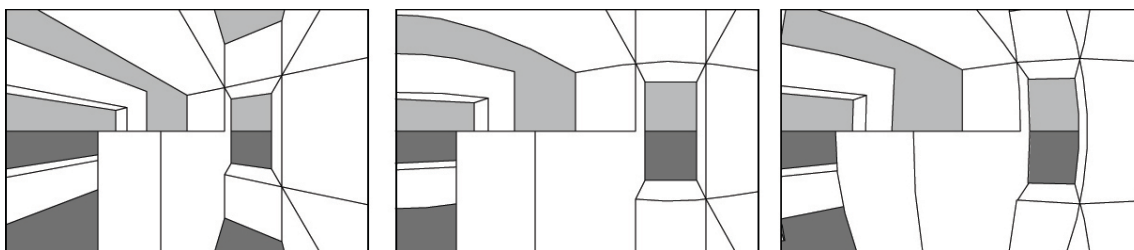


Figura nº 17 - Perspectivas planar, cilíndrica, esférica: campo de visão de 120°.

É importante descriminar que esta convergência das três representações perspécticas se estabelece, agora, num enquadramento de campo de visão onde os correspondentes sectores das três diferentes superfícies de projecção (planar, cilíndrica e esférica) se encontram, também, num estado de maior equivalência. Ou seja, os três sectores das superfícies tornam-se parentes topológicos de proximidade. Nestas condições, quer o conjunto de projecções sobre as superfícies, quer os resultados gráficos sobre a superfície de representação, se aproximam também.

Estas observações levaram-nos a levantar a hipótese de os três sistemas autónomos poderem funcionar em complementaridade, isto é, poderem fazer parte, como referenciais, de uma formulação congregadora, abrangente, de um sistema perspéctico, em vez de constituírem formulações separadas e, até, contrapostas.

A exploração desta hipótese induziu-nos, então, à ideia de superfície de projecção transformável: ao invés de uma condição estática, paradigmática dos sistemas de

perspectiva planar, cilíndrica e esférica, a superfície de projecção poderia ganhar uma condição dinâmica numa nova formulação de perspectiva.

Este é o conceito fundamental da perspectiva linear paramétrica (PLP), que vimos propor nesta dissertação. Em linhas gerais, na PLP a superfície de projecção é, então, uma superfície mutável, de forma contínua e reversível, que, através da aplicação de procedimentos de homologia, pode adquirir uma identidade esférica, cilíndrica ou planar, bem como identidades intermédias entre aquelas. Efectivamente, como iremos descrever, a identidade genérica da superfície de projecção será a de uma superfície esferoidal. Na sua dinâmica, o sistema de PLP pode configurar-se como perspectiva esférica, cilíndrica ou planar - casos limite - ou configurar-se como sistema híbrido, articulando de forma ponderada as propriedades e valências daqueles três sistemas.

1.5 Sumário dos capítulos subsequentes

Após esta introdução, a tese está estruturada do seguinte modo:

- No capítulo 2, apontamos os fundamentos conceptuais da perspectiva linear paramétrica, em termos de referenciais e princípios;
- No capítulo 3, abordamos as especificações da perspectiva linear paramétrica, descrevendo as propriedades da superfície de projecção e dos métodos de transferência para a superfície de representação planar;
- No capítulo 4, fazemos uma demonstração, abrangente, das representações perspectivadas proporcionadas pela perspectiva linear paramétrica;
- Finalmente, no capítulo 5, apontamos as principais conclusões emergentes da investigação efectuada e identificamos os eventuais estudos subsequentes.

2 Fundamentos da perspectiva linear paramétrica

Consideramos como fundamentos da perspectiva linear paramétrica: por um lado, os três sistemas de perspectiva seleccionados como referenciais e que a PLP deverá reproduzir, na sua operatividade; por outro lado, os princípios conceptuais que assistem à sua formulação.

Em termos de relação ou resposta da linearidade aos atributos da percepção visual, as perspectivas planar, cilíndrica e esférica assumem papéis complementares: a primeira negando a curvilinearidade; a segunda interpretando geometricamente as curvaturas ou convergências horizontais, mais consensuais na avaliação da visualidade porque correspondem precisamente à dimensão física e espacial onde predominantemente o olhar vagueia e onde se desenvolve a acção, a movimentação e a interacção com o contexto, mantendo no entanto a "certeza" e estabilidade visual das verticais, uma dimensão espacial cujo apelo ao olhar é mais circunstancial e impelido por motivação (é sintomática neste aspecto a aceitação e popularidade das fotografias panorâmicas, originárias do século XIX e que actualmente têm uma disseminação reforçada através dos processos digitais); a terceira englobando as curvaturas e convergências horizontais e verticais, equalizando-as na sua interpretação geométrica.

As perspectivas planar e cilíndrica, entendidas enquanto sistemas baseados em projecção central, são singulares. De facto, na perspectiva planar, a projecção cria automaticamente a representação; na perspectiva cilíndrica, a projecção estabelece-se sobre a superfície de projecção cilíndrica e a representação deriva de um processo "natural" - a planificação - segundo a qual a informação projectada é transferida para a superfície de representação sem alterações na sua configuração geométrica bidimensional. De uma certa forma, a perspectiva cilíndrica consiste num híbrido, horizontalmente replicando o sistema esférico e verticalmente o sistema planar. Como estado da arte relativo a este sistema, na área da representação gráfica, apontamos a formulação conceptual e operativa definida por Enric Martinez-Quintanilla²³, que inclusivamente deu origem a uma implementação computacional dedicada²⁴.

A perspectiva esférica é plural, pois nesta a projecção estabelece-se sobre a superfície de projecção esférica, mas a subsequente representação é de ordem

23 QUINTANILHA, Enrique Martinez, *Perspectiva Curvilínea de Pantalla Cilíndrica*, Barcelona, ETSAB, 1983.

24 COMAS, Juan Font i, *Traçat de Perspectiva Curvilínea de Pantalla Cilíndrica mitjançant Sistemes Informàtics*, Barcelona, ETSAB, 1987.

convencional, arbitrária: depende da selecção de um método cartográfico para transferir a informação projectada para a superfície de representação. Os métodos cartográficos são aplicáveis aqui precisamente porque são concebidos para mapear num plano a informação distribuída na superfície de uma esfera ou elipsóide. Na realidade, as perspectivas planar e cilíndrica também são interpretáveis como aplicações de métodos cartográficos específicos ao mapeamento da esfera visual. A superfície esférica não é planificável, por definição, o que significa que a transferência para a superfície de representação planar altera a geometria bidimensional da informação projectada. Dependendo do método utilizado, estas alterações são heterogéneas e quantitativamente mais ou menos significativas, incidindo sobre os comprimentos das linhas, dos ângulos por elas formados e das áreas por elas definidas. A preservação global ou localizada destes três factores na transferência para a superfície plana designa-se, em cartografia, por equidistância, conformidade e equivalência, permitindo classificar, quantificar e qualificar as diversas projecções cartográficas. No âmbito da perspectiva, estes critérios permitem avaliar e comparar diferentes métodos de perspectiva esférica.

A nossa primeira aproximação à perspectiva esférica fez-se no conhecimento e estudo da formulação de Barre e Flocon, que é a mais divulgada. No entanto, pesquisámos alternativas que nos permitissem assegurar e confirmar, por comparação, a selecção daquela para integrar o corpo referencial da perspectiva linear paramétrica. Encontrámos, no estado da arte, duas formulações equiparáveis à de Barre e Flocon, pois partilham com esta a sistematicidade da sua proposição, em termos conceptuais e operativos. Falamos das perspectivas esféricas de Bernard BonBon²⁵ e de Joaquin Marimon²⁶. Todas consideram a projecção primária na esfera visual, diferindo no método de transferência da informação projectada para o plano de representação.

A perspectiva esférica de Barre e Flocon utiliza a projecção azimutal equidistante.

A perspectiva esférica de Bernard BonBon utiliza a projecção azimutal ortogonal.

A perspectiva esférica de Joaquin Marimon utiliza a projecção azimutal estereográfica.

O sistema de BonBon (Fig. nº 18) está limitado a uma hemisfera, frontal ao observador (180º de campo de visão), pois, caso fosse utilizada toda a esfera visual, a projecção azimutal ortogonal provocaria a sobreposição da informação projectada sobre as duas

25 BONBON, Bernard S., *La Géométrie Sphérique Tridimensionnelle – Perspective Sphérique*, Paris, Eyrolles, 1985.

26 MARIMON, Joaquin Regot, *Perspectiva Curvilínea de Pantalla Esférica*, Barcelona, ETSAB, 1985.

hemisferas (posterior e anterior). Tem, de um ponto de vista gráfico/operativo, uma vantagem: as linhas espaciais rectas são representadas por arcos de elipse, o que permite sistematizar e simplificar as construções.

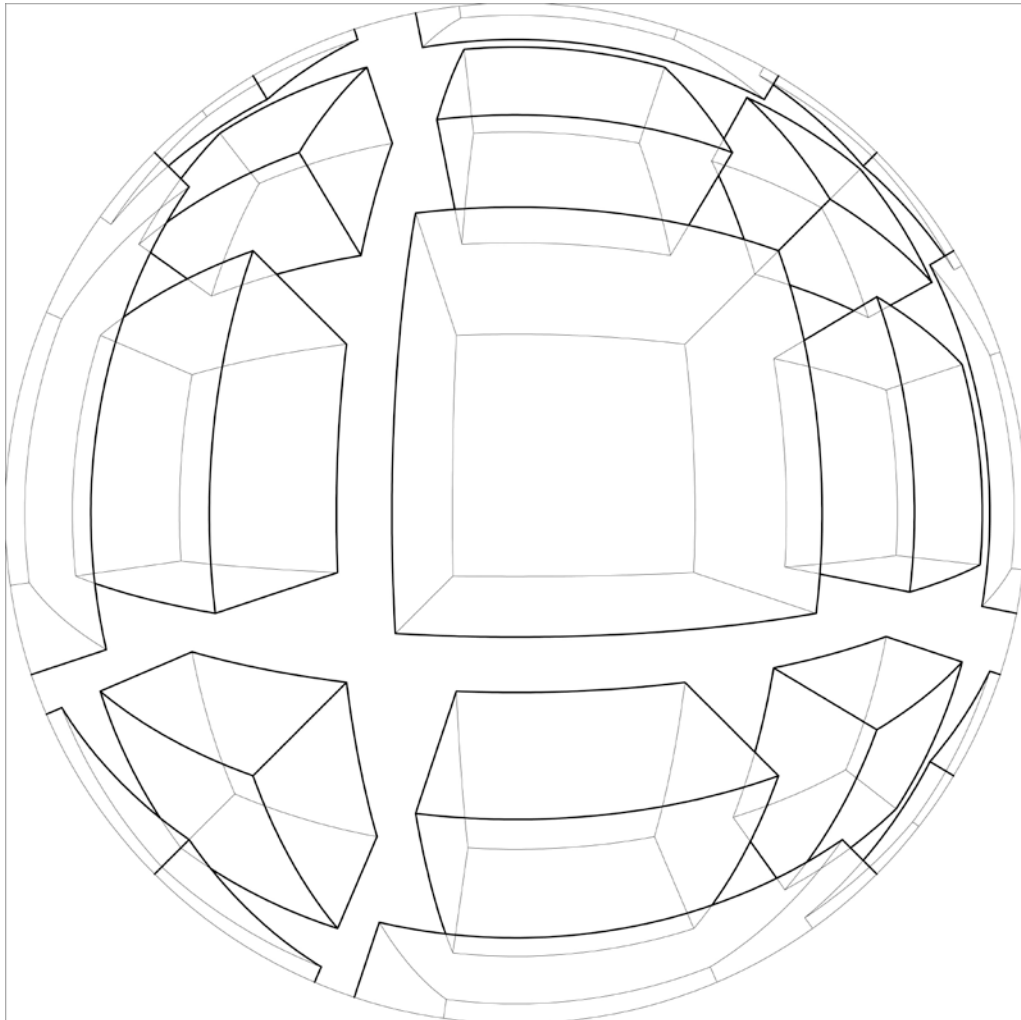


Figura nº 18 - Perspectiva esférica de Bernard Bonbon.

O sistema de Marimon (Fig. nº 19) possibilita a consideração de toda a esfera visual, pois a projecção azimutal equidistante é uma projecção geométrica central com centro no polo anterior da esfera, oposto ao ponto principal P. É, por esta razão, um sistema graficamente muito expansivo, em que as distorções se exponenciam rapidamente na periferia do campo de visão. Tem também, de um ponto de vista gráfico/operativo, uma vantagem: as linhas espaciais rectas são representadas por arcos de circunferência, o que permite sistematizar e simplificar as construções.

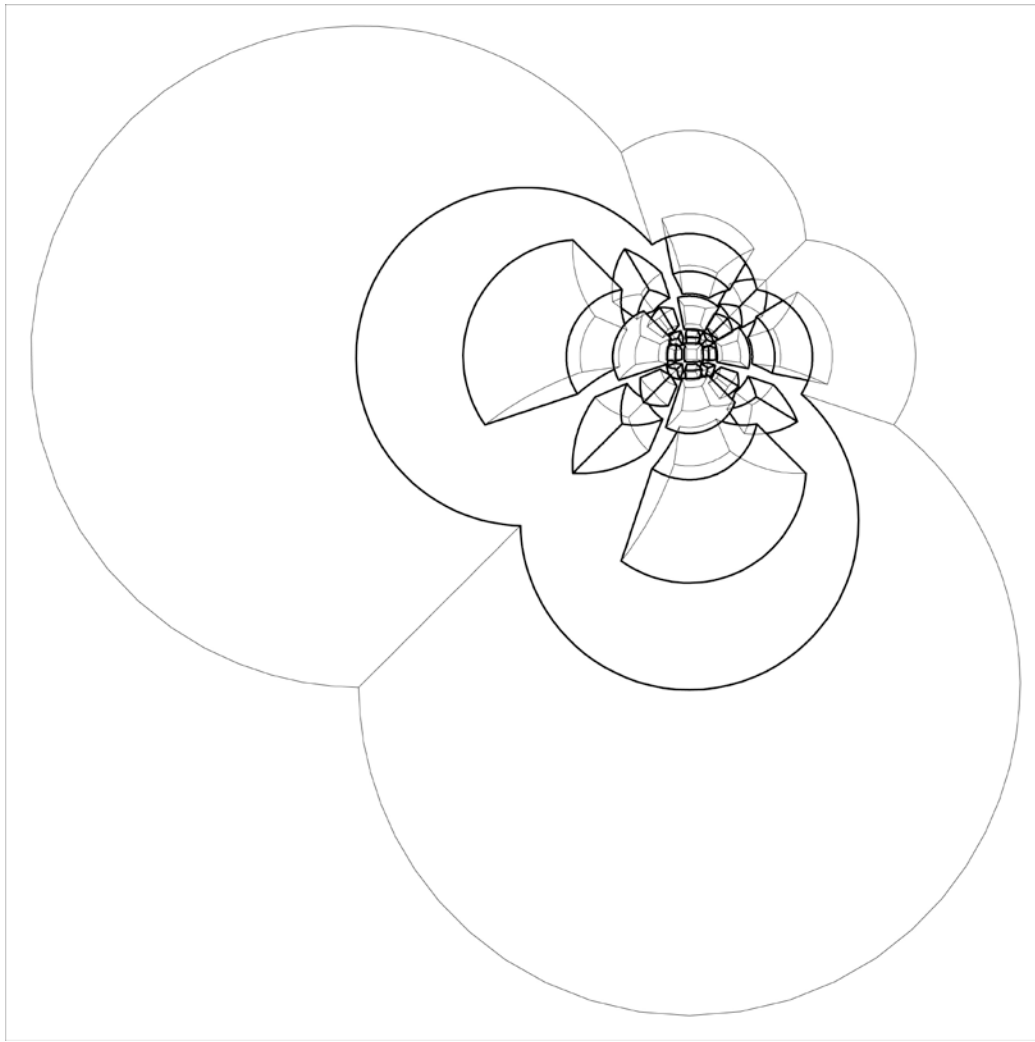


Figura nº 19 - Perspectiva esférica de Joaquin Marimon.

O sistema de Barre e Flocon (Fig. nº 20) está, por decisão dos autores, limitado à hemisfera posterior, como forma de contenção das distorções curvilineares. É, como os próprios autores analisam e provam, o sistema mais eficiente e equilibrado no tocante aos critérios de equidistância, conformidade e equivalência, ou seja, o que menores alterações produz na informação projectada sobre a esfera visual. Tem ainda, de um ponto de vista gráfico/operativo, uma vantagem: as linhas espaciais rectas são representáveis (numa aproximação muito credível, mas aplicável apenas na representação da hemisfera) por arcos de circunferência, o que permite sistematizar as construções, no âmbito do desenho analógico, por meios tradicionais.

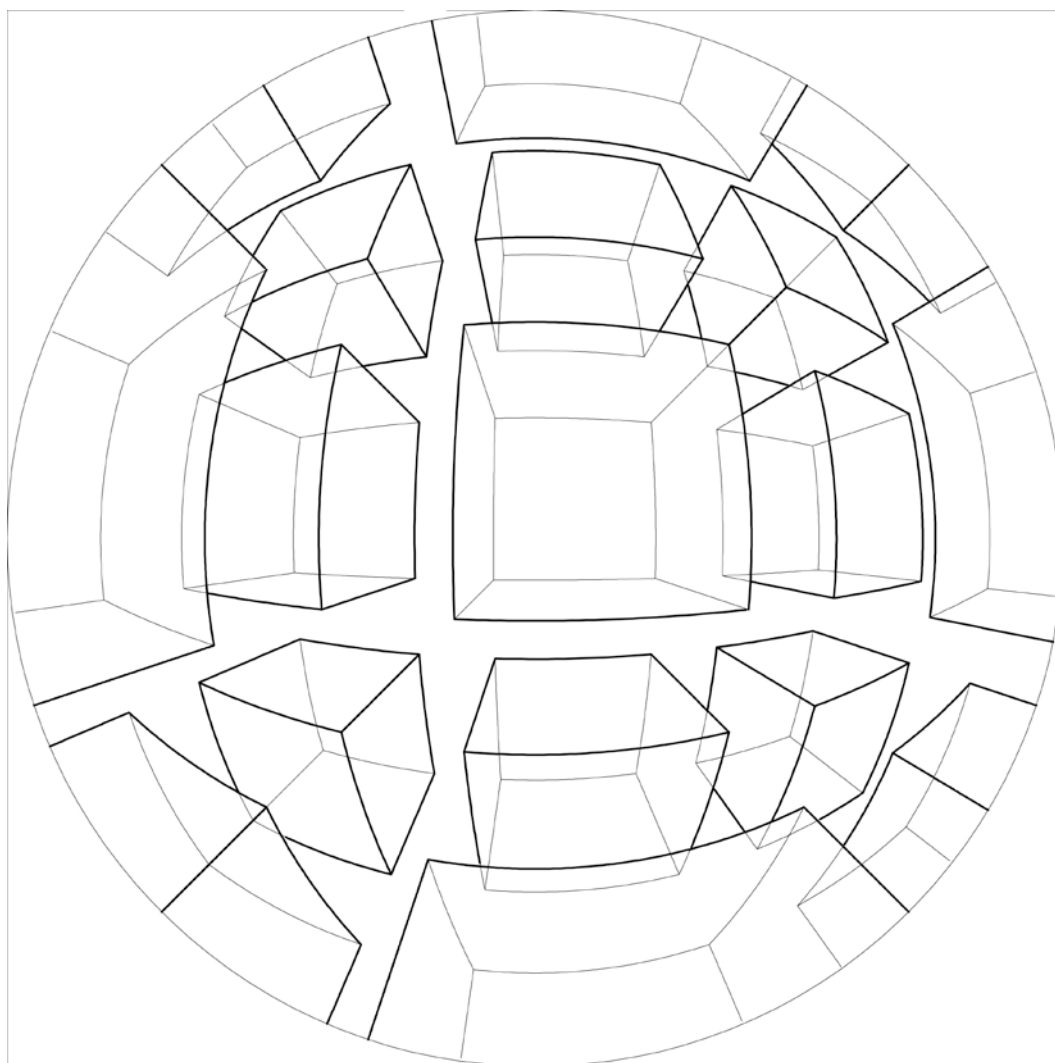


Figura nº 20 - Perspectiva esférica de Barre e Flocon.

No entanto, o método de projecção azimutal equidistante é aplicável a toda a esfera, com alguma contenção nas distorções, que se tornam ainda aceitáveis em campos de visão superiores a 180° . Nesta situação, porém, perde validade a aproximação das linhas curvas transcendentais por arcos de circunferência, havendo que calcular individualmente pontos sucessivos das linhas para definir o seu desenho, o que não é prático em desenho analógico mas é viável com meios computacionais.

Na formulação da perspectiva linear paramétrica, Interessava-nos um método que permitisse a articulação da perspectiva esférica com as perspectivas planar e cilíndrica. Ora, a perspectiva planar está limitada a 180° , a cilíndrica está limitada a 180° , verticalmente e 360° , horizontalmente. Consequentemente, entendendo a cilíndrica como ligação (híbrido) entre planar e esférica, o requisito para esta, em termos de campo de visão, seriam os 360° . Assim, as opções recaem sobre os

métodos de Marimon ou de Barre e Flocon. Entre estes, verifica-se que o segundo tem maior afinidade com a cilíndrica, pois o desdobramento do equador da esfera, na projecção azimutal equidistante, e do equador do cilindro, na respectiva planificação, são operações geometricamente iguais. Por esta razão, este método é mais apto para a articulação de sistemas pretendida.

Faremos, assim, de seguida, uma descrição dos aspectos essenciais das perspectivas planar, cilíndrica e esférica e uma descrição de um quadro conceptual de suporte à formulação da PLP.

2.1 Sistemas de perspectiva referenciais

Propriedades essenciais da perspectiva planar

A perspectiva planar determina a utilização de uma superfície plana, em frente do observador, como superfície de projecção (quadro). Neste plano, as linhas do espaço tridimensional são colocadas através do mecanismo de projecção, por semi-rectas projectantes que emanam do observador, constituindo-se assim sobre aquele, directamente, a representação perspéctica. Desta forma, a superfície de projecção assume também o estatuto de superfície de representação. Este sistema promove, teoricamente, a representação da porção do espaço tridimensional situada para a frente do plano frontal do observador, isto é, permite a projecção das entidades num campo de visão com amplitude, omnidireccional, de até 180° . No entanto, em termos práticos, a figuratividade aqui depende da inclusão das entidades a representar num cone visual que delimita o campo de visão numa amplitude de valor sensivelmente inferior aos 180° . Fora deste limite, a representação adquire um carácter anamorfótico (Fig. nº 21).

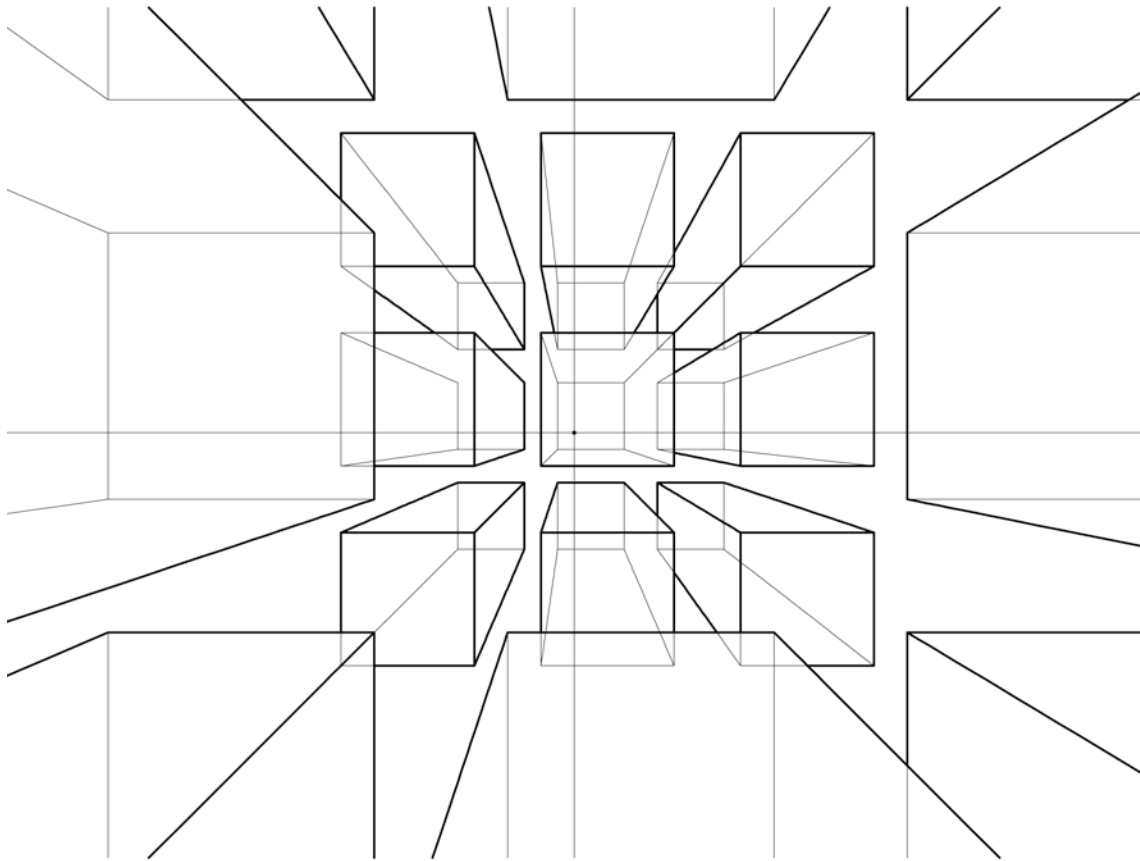


Figura nº 21 - Perspectiva planar: direcções de topo, vertical e fronto-horizontal.

As direcções fundamentais de um espaço euclidiano tridimensional: de topo, vertical e fronto-horizontal, são traduzidas neste sistema perspéctico, respectivamente, por linhas radiais, convergentes em P, e linhas graficamente paralelas, assumindo nesta distância a mesma direcção, vertical ou horizontal, que as caracteriza espacialmente.

Em termos gerais: as linhas espaciais paralelas e frontais apresentam-se graficamente paralelas, assumindo a direcção que as caracteriza espacialmente; as linhas espaciais paralelas não frontais (obíquas ou perpendiculares ao plano do quadro) apresentam-se graficamente convergentes para um ponto de fuga específico e dependente da direcção espacial das linhas.

A relação entre o conjunto das direcções espaciais e o conjunto de pontos de fuga no quadro é biunívoca: a cada direcção de rectas corresponde um e só um ponto de fuga e reciprocamente. O ponto de fuga de uma direcção específica de rectas é determinado pela projectante, com aquela direcção, na sua intersecção com o quadro.

As rotações das figuras no espaço em torno do eixo visual não alteram a sua configuração projectiva. As orientações oblíquas das figuras no espaço tendem a amplificar os efeitos de distorção (Fig. nº 22)

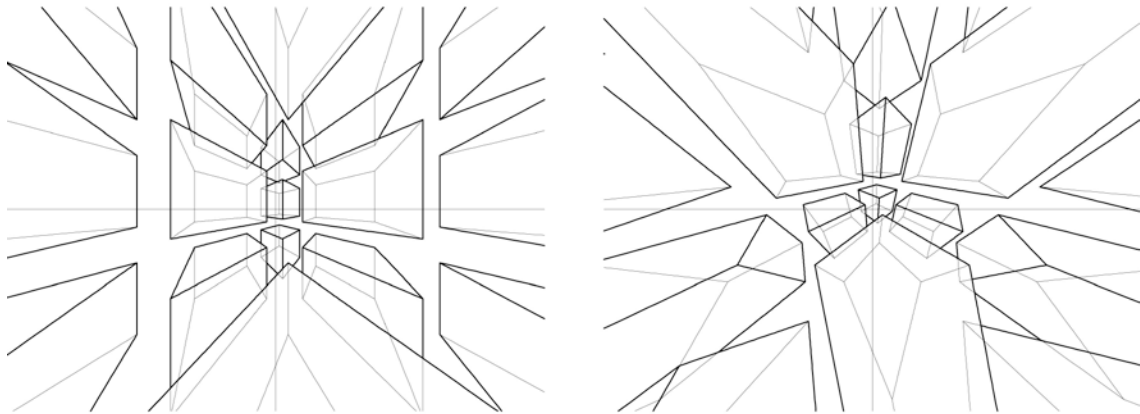


Figura nº 22 - Perspectiva planar: orientações oblíquas das figuras.

Propriedades essenciais da perspectiva cilíndrica

A perspectiva cilíndrica determina a utilização de uma superfície cilíndrica (superfície de simples curvatura), rodeando o observador, como superfície de projecção. Nesta superfície, as linhas do espaço tridimensional são colocadas através do mecanismo de projecção, por semi-rectas projectantes que emanam do observador, constituindo-se assim sobre ela, uma estância de representação intermédia. Depois, esta superfície é planificada para a superfície de representação (planar), onde se estabelecem as transformadas das linhas anteriormente projectadas e, conseqüentemente, a representação perspéctica. Este sistema promove, teoricamente, a representação de todo o espaço tridimensional à volta do observador, ao permitir a projecção das entidades inseridas num campo de visão com amplitude horizontal de 360° e amplitude vertical, combinada, de até 180° (assume-se, aqui, a orientação da superfície de projecção cilíndrica com eixo vertical). No entanto, em termos práticos, a figuratividade aqui depende da inclusão das entidades a representar numa faixa panorâmica horizontal que delimita o campo de visão vertical numa amplitude de valor sensivelmente inferior aos 180° . Fora deste limite, a representação adquire um carácter anamorfótico (Fig. nº 23).

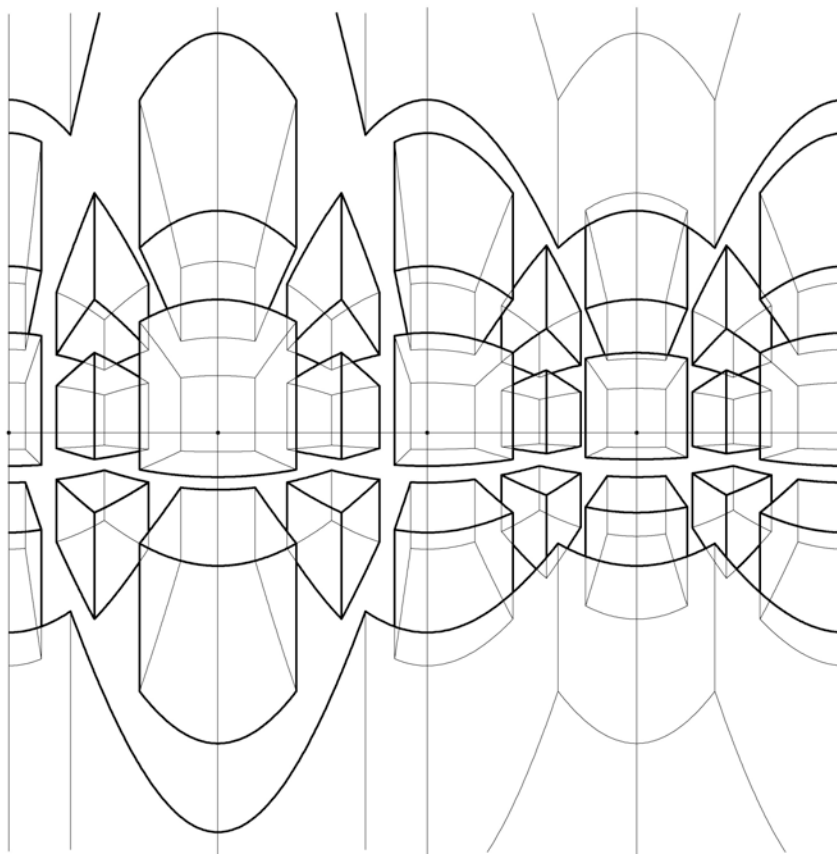


Figura nº 23 - Perspectiva cilíndrica: direcções de topo, vertical e fronto-horizontal.

As direcções fundamentais de um espaço euclidiano tridimensional: vertical, de topo e fronto-horizontal, são traduzidas neste sistema perspéctico, respectivamente, por linhas rectas graficamente paralelas, assumindo nesta estância a mesma direcção, vertical, que as caracteriza espacialmente, linhas sinusoidais convergentes nos pontos da linha do horizonte que correspondem aos azimutes de 0° e 180° , e linhas sinusoidais convergentes nos pontos da linha do horizonte que correspondem aos azimutes de -90° e $+90^\circ$.

Em termos gerais: as linhas espaciais verticais apresentam-se graficamente paralelas e verticais, as linhas espaciais não verticais apresentam-se como linhas sinusoidais graficamente convergentes em dois pontos de fuga específicos e dependentes da direcção espacial das linhas. A cada direcção de rectas correspondem sempre dois pontos de fuga. Os dois pontos de fuga de uma direcção específica de rectas são determinados pela projectante, com aquela direcção, nas suas duas intersecções com a superfície cilíndrica e na transferência destas para a superfície de representação.

As rotações das figuras no espaço em torno do eixo visual alteram a sua configuração projectiva. As orientações oblíquas das figuras no espaço tendem a amplificar os efeitos de distorção (Fig. nº 24, à direita).

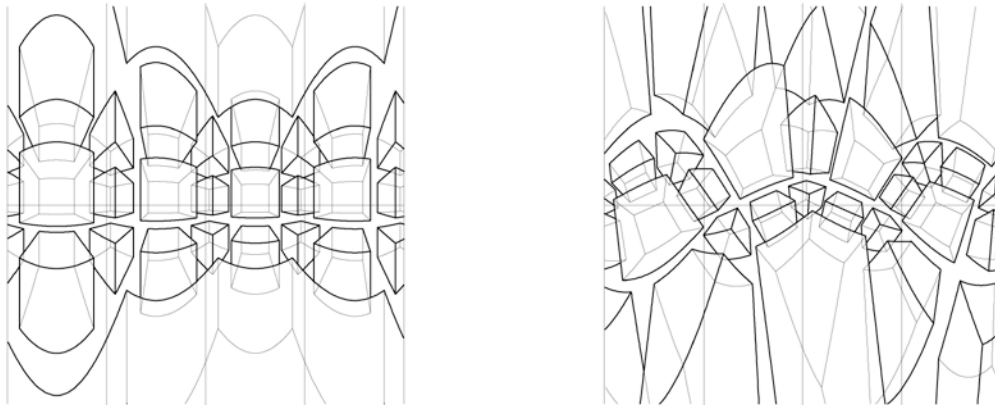


Figura nº 24 - Perspectiva cilíndrica: orientações oblíquas das figuras.

Propriedades essenciais da perspectiva esférica

A perspectiva esférica determina a utilização de uma superfície esférica (superfície de dupla curvatura de mesmo sentido), rodeando o observador, como superfície de projecção. Nesta superfície, as linhas do espaço tridimensional são colocadas através do mecanismo de projecção, por semi-rectas projectantes que emanam do observador, constituindo-se assim sobre ela, também, uma estância de representação intermédia. Depois, esta superfície é transferida (com um processo convencional) para a superfície de representação (planar), onde se estabelecem as transformadas das linhas anteriormente projectadas e, consequentemente, a representação perspéctica. Este sistema promove, teoricamente, a representação de todo o espaço tridimensional à volta do observador, isto é, permite a projecção das entidades num campo de visão com amplitude, omnidireccional, de 360° . No entanto, em termos práticos, a figuratividade aqui depende da inclusão das entidades a representar num cone visual que delimita o campo de visão numa amplitude de valor sensivelmente inferior aos 360° . Fora deste limite, a representação adquire um carácter anamorfótico (Fig. nº 25).

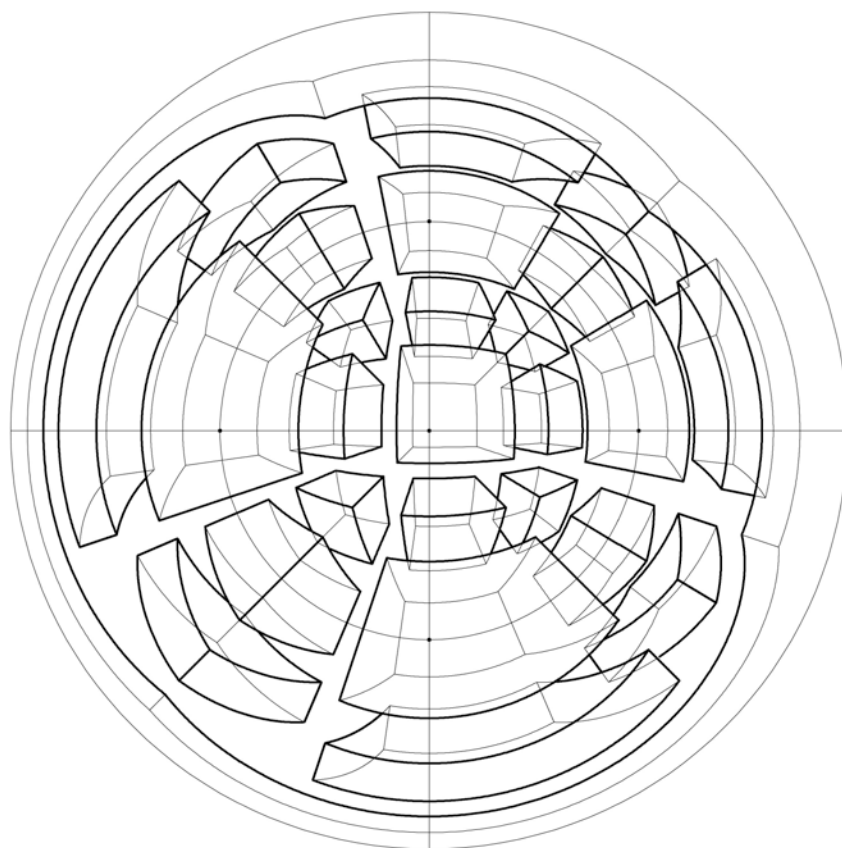


Figura nº 25 - Perspectiva esférica: direcções de topo, vertical e fronto-horizantal.

As direcções fundamentais de um espaço euclidiano tridimensional: de topo, fronto-horizantal e vertical, são traduzidas neste sistema perspéctico, respectivamente, por linhas rectas radiais, convergentes em P, linhas curvas transcendentais, convergentes nos pontos da linha do horizonte que correspondem aos azimutes de -90° e $+90^\circ$, e linhas curvas transcendentais, convergentes nos pontos da vertical em P que correspondem aos pólos superior (norte) e inferior (sul) da superfície esférica, com altitudes de $+90^\circ$ e -90° .

Em termos gerais: as linhas espaciais de topo apresentam-se graficamente rectas, convergentes em P; as linhas espaciais com todas as restantes direcções apresentam-se como linhas curvas transcendentais, graficamente convergentes em dois pontos de fuga específicos e dependentes da direcção espacial das linhas. A cada direcção de rectas correspondem sempre dois pontos de fuga. Os dois pontos de fuga de uma direcção específica de rectas são determinados pela projectante, com aquela direcção, nas suas duas intersecções com a superfície esférica e na transferência destas para a superfície de representação.

As rotações das figuras no espaço em torno do eixo visual não alteram a sua configuração projectiva. As orientações oblíquas das figuras no espaço tendem a amplificar os efeitos de distorção (Fig. nº 26).

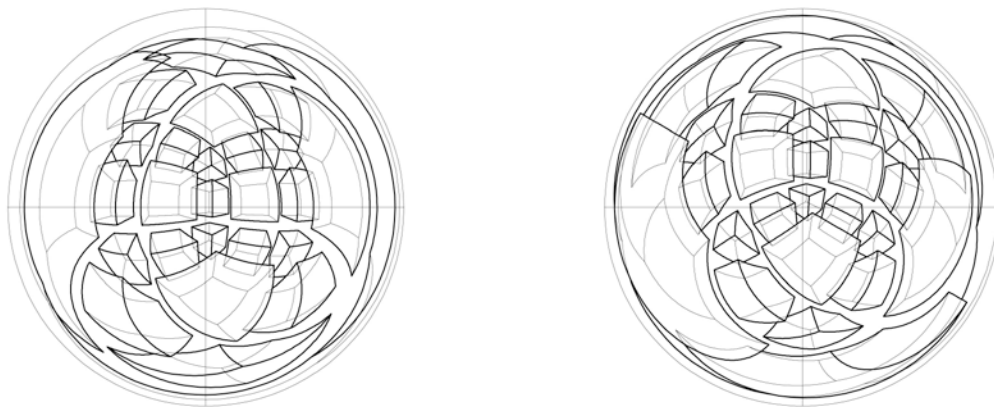


Figura nº 26 - Perspectiva esférica: orientações oblíquas das figuras.

2.2 Princípios conceptuais

A perspectiva linear paramétrica implica a alteração de um paradigma associado ao sistema conceptual da perspectiva planar: aquele que funde superfície de projecção com superfície de representação, entendidas estas como "quadro" onde assentam os elementos gráficos lineares e sobre o qual se faz a visualização da representação perspéctica. Assim, a construção conceptual da PLP assenta, de princípio, na distinção e dissociação entre superfície de projecção e superfície de representação. Na superfície de projecção estabelece-se um primeiro nível de representação: a substituição das entidades no espaço tridimensional pelas entidades resultantes da sua projecção sobre aquela. Este nível de representação caracteriza-se já por bidimensionalidade (ainda que não necessariamente planar). Na superfície de representação estabelece-se um segundo nível de representação, subsequente: a substituição das entidades projectadas, assentes na superfície de projecção, pela sua transcrição, por via analítica ou especificamente projectiva, para esta segunda superfície. Este nível de representação caracteriza-se por bidimensionalidade planar.

No desenvolvimento da descrição da PLP, será assumida como superfície de representação o plano, pelo que o processo de transcrição da informação será

definível como planificação da superfície de projecção ou como transferência para o plano, da mesma, através de outros processos analíticos (equiparáveis a projecções cartográficas). A transcrição da informação projectada para o plano de representação deverá sempre proporcionar uma relação biunívoca entre as entidades gráficas correspondentes, assentes naqueles dois lugares geométricos: a cada entidade na superfície de projecção corresponderá uma e única entidade no plano de representação, e vice-versa.

Enunciamos então os princípios conceptuais que estão na base da formulação da PLP:

1º Dissociação das superfícies de projecção e de representação

A superfície de projecção é distinta da superfície de representação; sobre a superfície de representação são feitas as projecções directas dos pontos e linhas situados no espaço tridimensional; estas projecções são depois transferidas para a superfície de representação. Sobre a superfície de representação estabelece-se, assim, a perspectiva dos objectos tridimensionais (representação gráfica).

2º Mutabilidade da superfície de projecção

A superfície de projecção é uma superfície mutável, de forma contínua e reversível, num intervalo de variação regulado por parâmetros. O seu estado, em cada momento, determina um estado da projecção directa sobre ela efectuada, bem como o estado do resultado gráfico, perspectico, sobre a superfície de representação.

3º Adaptabilidade do método de transferência da superfície de projecção para a superfície de representação

A transferência das projecções da superfície de projecção para a superfície de representação é efectuada mediante um processo dedicado e adaptável ao estado de forma momentâneo da superfície de projecção.

3 Especificações da perspectiva linear paramétrica

Após termos descrito as propriedades essenciais dos três sistemas de perspectiva, que tomámos como referenciais neste trabalho, e de termos definido os princípios conceptuais (ou paradigmas de suporte) da perspectiva linear paramétrica, iremos proceder agora à descrição da sua formulação.

O sistema utiliza uma superfície de projecção elipsoidal, na sua variante esferoidal prolata, ou seja, aquela em que dois dos eixos são equidimensionais, tornando o elipsóide uma superfície de revolução em torno do terceiro eixo, de maior dimensão.

A primeira razão para a escolha desta superfície prende-se com a possibilidade de aumento do campo de visão na representação perspectica: de facto, a sua dupla curvatura de mesmo sentido, à semelhança da esfera, permite envolver o centro de projecção (observador) e possibilita assim a projecção num campo visual panorâmico e multidireccional de 360°.

A segunda razão para a selecção da superfície esferoidal prende-se com o facto de esta, a superfície esférica, a superfície cilíndrica e a superfície planar se poderem relacionar homologicamente. De facto, a verificação, descrita na Secção 1.4 desta dissertação, das relações de proximidade identificáveis entre os resultados gráficos dos três sistemas referenciais, levou-nos a indagar sobre a possibilidade de uma condição, a montante dos resultados gráficos, que permitisse generalizar/globalizar uma estrutura conceptual para a perspectiva linear. Assim, tornou-se consequente procurar e identificar uma superfície de geometria variável que, em função de variações paramétricas contínuas, pudesse assumir a identidade de qualquer uma das três superfícies de projecção dos sistemas referenciais (esférica, cilíndrica, planar).

Efectivamente, um esferóide prolato pode geometricamente transformar-se:

- numa esfera, se o seu eixo maior (de revolução) se tornar equidimensional com os outros dois eixos (esferóide com distância focal nula, ou excentricidade $E=1$); esta transformação corresponde a uma operação homológica do tipo afinidade ortogonal;
- num cilindro, se o seu eixo maior (de revolução) se tornar de comprimento infinito (esferóide com distância focal infinita, ou excentricidade E infinita); esta transformação limite corresponde também a uma operação homológica do tipo afinidade ortogonal;

- num plano, se o seu raio equatorial se tornar infinito (tal como um plano pode ser descrito como superfície esférica degenerada, de raio infinito); esta transformação limite corresponde a uma operação homológica do tipo homotetia e acontece independentemente da excentricidade do esferóide.

A orientação da superfície esferoidal é de modo a que o seu equador defina o horizonte visual. Consequentemente, o seu eixo de revolução define a direcção visual vertical. A linha de vista principal (eixo visual) será definida pelo centro da superfície C (coincidente, no estado de base do sistema, com o observador O) e pelo extremo de um dos semieixos equatoriais, que se torna assim em ponto principal P . A superfície de projecção esferoidal e a superfície de representação plana são articuladas espacialmente de modo a que a SR planar seja osculante à SP esferoidal em P e, consequentemente, perpendicular ao eixo visual definido por O e P .

3.1 Referencial e disposição das superfícies de projecção e representação

Num referencial tridimensional cartesiano xyz o observador O assume a posição da origem, com coordenadas $(0,0,0)$. O ponto principal P assume a posição $(0,1,0)$ sobre o eixo y . Deste modo, o eixo visual coincide com o eixo y e o vector OP toma o sentido positivo do mesmo.

No seu estado de base, a superfície de projecção esferoidal tem o seu centro C na origem do referencial e o seu eixo de revolução coincidente com o eixo z . A superfície de representação é o plano $y=1$, que contém P e é perpendicular ao vector OP .

As amplitudes de campo de visão horizontal e vertical são tomadas em relação ao semieixo y positivo, medindo-se sobre o plano xy e sobre o plano yz , respectivamente.

Qualquer ponto A do espaço tridimensional, com coordenadas (X,Y,Z) , tem a sua projecção primária A_p sobre a superfície de projecção, com coordenadas tridimensionais (X_p,Y_p,Z_p) . O ponto A_p é depois transferido para a superfície de representação, dando origem a A_r , projecção secundária ou representação final do ponto A , com coordenadas bidimensionais (X_r,Z_r) .

3.2 Parametrização da superfície de projecção

A superfície de projecção sofre alterações de dimensão e de forma, controladas por dois parâmetros: Raio (R) e Excentricidade (E).

As alterações de dimensão acontecem por escalamentos do esferóide, centrados no ponto **P** de tangência com a superfície de representação plana (Figura nº 27).

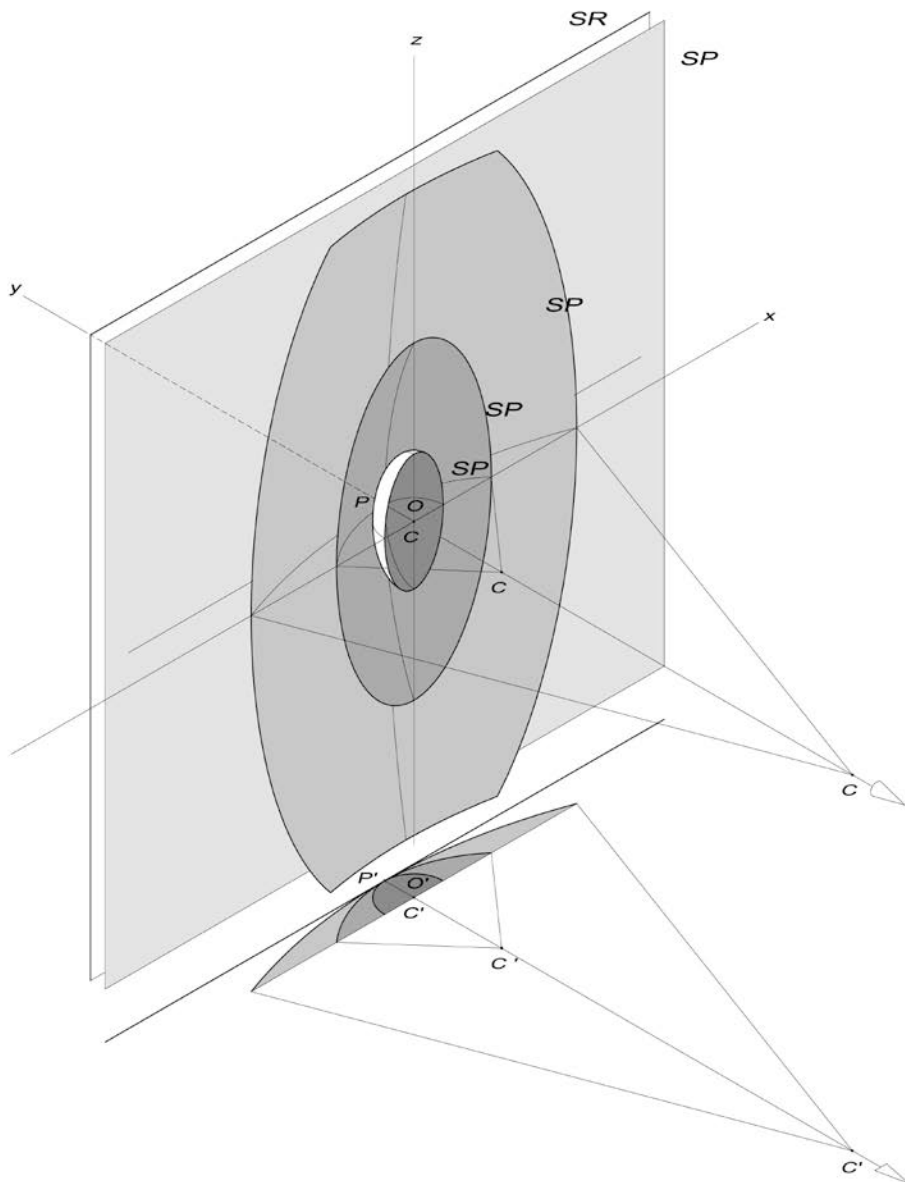


Figura nº 27 - Superfície de projecção: variações do parâmetro Raio (R).

Como consequência, o centro **C** do esferóide, inicialmente coincidente com o observador **O**, desloca-se sobre o semieixo y negativo, reposicionando-se neste, para trás do observador **O**, em cada estado dimensional da superfície. A distância entre o centro **C** do esferóide e o ponto **P** corresponde ao raio equatorial da superfície e define o parâmetro Raio. Quanto mais o centro **C** da superfície esferoidal se desloca para trás no semieixo y negativo, maior será o Raio da superfície. Quando o centro **C** se tornar ponto impróprio sobre o semieixo y negativo (Raio infinito), a superfície esferoidal degenera em superfície planar, coincidente com a superfície de representação.

Os diferentes estados dimensionais da superfície de projecção assim obtidos são homotéticos entre si.

As alterações de forma acontecem por alteração do quociente entre as medidas do semieixo polar e do raio equatorial do esferóide (Figura nº 28). Esta proporção corresponde à excentricidade do esferóide (tal como foi definida e convencionada no início deste trabalho, na Subsecção 1.1) e evolui entre a relação 1:1, tornando a superfície de projecção em superfície esférica, e ∞ :1, tornando a superfície de projecção em superfície cilíndrica (um esferóide infinitamente alongado). No intervalo entre estes dois limites, a superfície de projecção passa por todos os estados esferoidais intermédios (com diferentes alongamentos ou excentricidades). Assim, o quociente acima referido define o parâmetro Excentricidade.

Os diferentes estados de forma da superfície de projecção assim obtidos são homologicamente afins entre si.

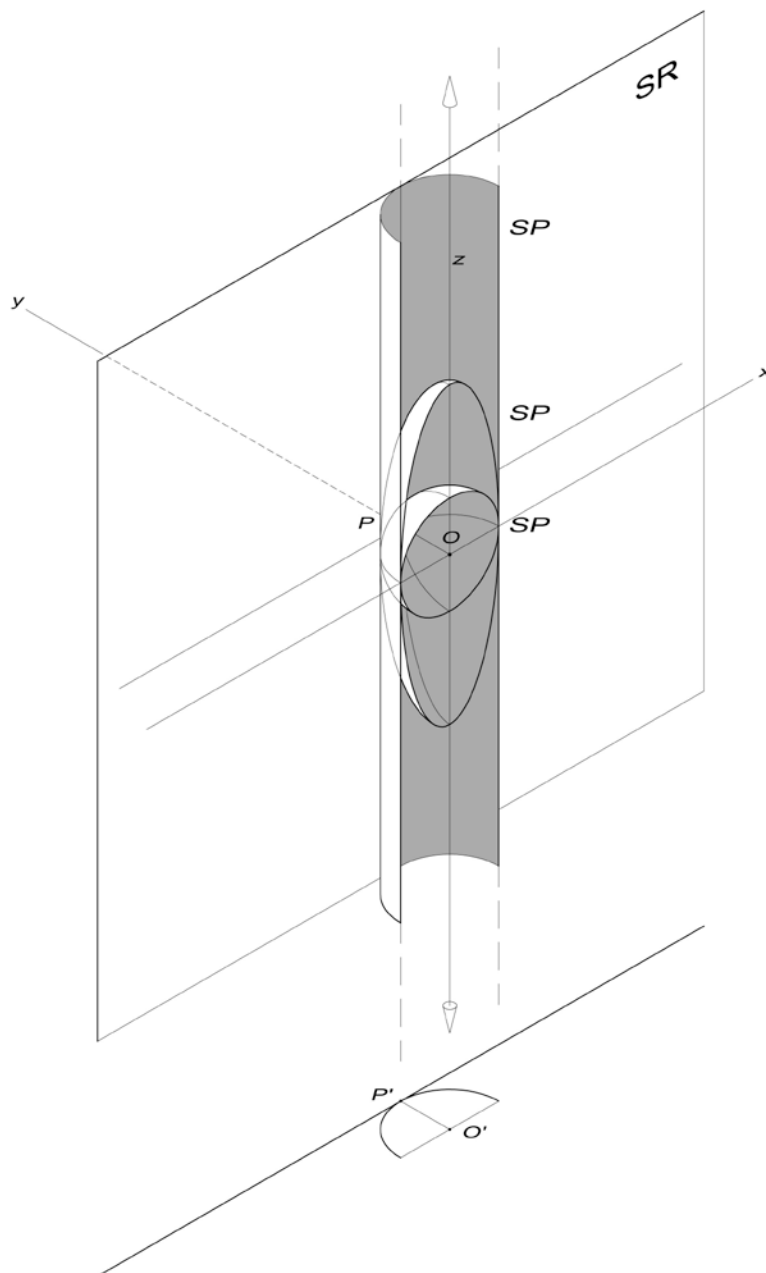


Figura nº 28 - Superfície de projecção: variações do parâmetro Excentricidade (E).

Os parâmetros Raio e Excentricidade variam individualmente ou de forma combinada, isto é, a superfície de projecção esferoidal poderá transitar de um estado para outro vendo alteradas simultaneamente a sua forma e dimensão (Figura nº 29). Ao adquirir uma condição paramétrica, a superfície esferoidal torna-se reconfigurável, permitindo

reproduzir as superfícies de projecção dos perspectógrafos correspondentes às perspectivas planar, cilíndrica e esférica e adicionando um conjunto ilimitado de perspectógrafos intermédios que determinam estados perspécticos híbridos.

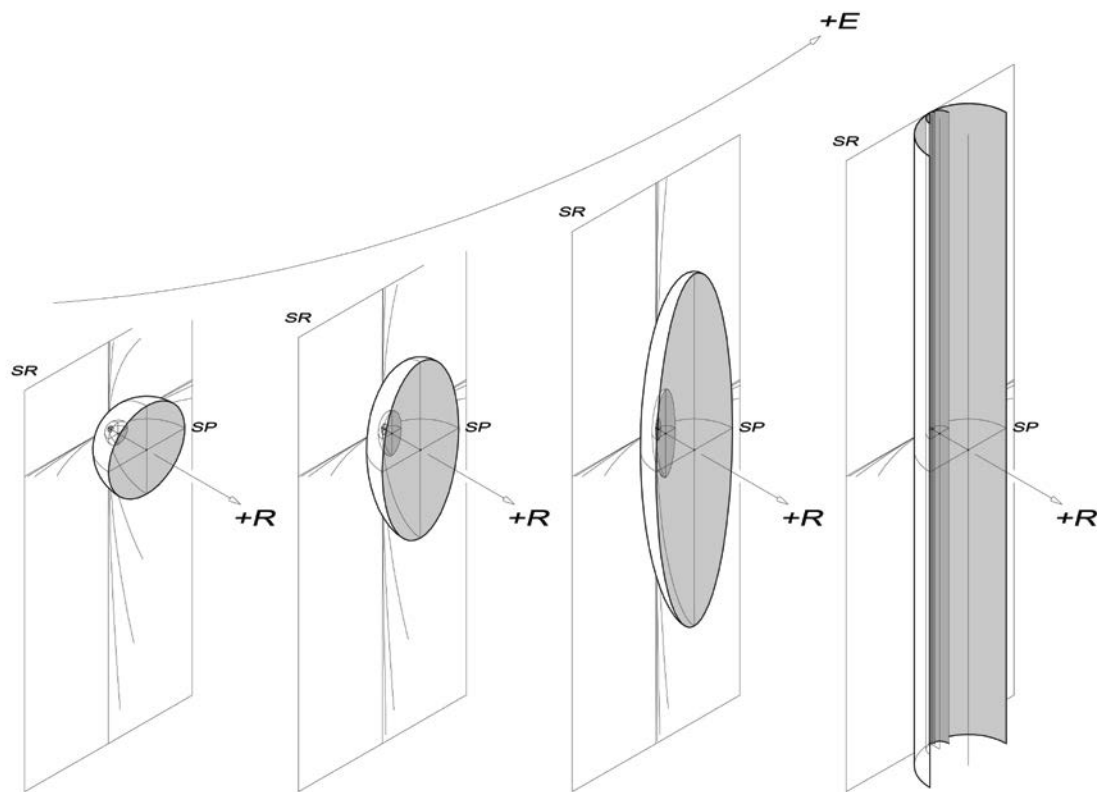


Figura nº 29 - Superfície de projecção: variações combinadas dos parâmetros R e E.

Independentemente do valor de Excentricidade da superfície esferoidal, o aumento do parâmetro Raio leva a que, num sector frontal correspondente a um campo de visão igual ou inferior a 180° , esta superfície se aproxime gradualmente de um estado planar. No limite, com um valor infinito atribuído ao parâmetro Raio, naquele sector a superfície de projecção torna-se planar e, assim, coincidente com a superfície de representação. Nesta condição, a transferência da informação projectada para a superfície de representação é uma transformação nula e a perspectiva dos objectos ali criada corresponde a uma perspectiva planar.

Com um valor unitário do parâmetro Raio e um valor unitário do parâmetro Excentricidade, a superfície de projecção torna-se esférica, centrada em **O** e, assim, a

perspectiva dos objectos criada sobre a superfície de representação, por transferência da informação projectada, corresponderá a uma perspectiva esférica.

Com um valor unitário do parâmetro Raio e um valor infinito do parâmetro Excentricidade, a superfície de projecção torna-se cilíndrica, centrada em **O** e, assim, a perspectiva dos objectos criada sobre a superfície de representação, por transferência (neste caso, planificação) da informação projectada, corresponderá a uma perspectiva cilíndrica.

3.3 Transferência para a superfície de representação

A transferência das projecções assentes sobre a superfície de projecção esferoidal para a superfície de representação planar é efectuada por utilização de um dos seguintes três métodos: modo esférico; modo cilíndrico ou modo híbrido. Os modos esférico e cilíndrico são herdados e adaptados dos métodos específicos aplicados nas perspectivas esférica e cilíndrica - projecção azimutal equidistante e projecção sinusoidal, correspondente a planificação, respectivamente - tendo-se-lhes atribuído por esta razão aquelas denominações. O modo híbrido consiste, como explicaremos adiante, num modo dinâmico, visualmente optimizado e, conforme os princípios conceptuais da perspectiva linear paramétrica, adaptável ao estado momentâneo da superfície de projecção. Apresentam-se aqui os dois primeiros métodos de transferência porque a sua descrição é referencial na formulação do modo híbrido, apresentado como método geral, preferencial, do sistema de perspectiva linear paramétrica. Na realidade, como se verá mais à frente, o modo híbrido permite, na sua natureza adaptativa, reproduzir os modos esférico e cilíndrico.

3.3.1 Caracterização do modo esférico

O modo esférico (Fig. nº 30) consiste numa adaptação da projecção cartográfica azimutal equidistante à condição esferoidal da superfície de projecção. É considerado como ponto azimutal da projecção cartográfica o ponto principal **P**. A transferência para a superfície de representação planar é assim efectuada através do desdobramento das linhas de secção máxima produzidas por planos de topo passantes no centro **C** do esferóide. Qualquer ponto **Ap** projectado na superfície

esferoidal é ali referenciado através de duas coordenadas: **ang** e **comparc**. O valor de **ang** é a amplitude do declive do plano de topo projectante que contém o ponto **Ap**. O valor de **comparc** é o comprimento do arco **a** da elipse máxima, situada naquele plano de topo, com extremos no ponto **P** (ponto de tangência entre SP e SR) e no próprio ponto **Ap**. Na transferência SP→SR, a posição do ponto correspondente **Ar** é então determinada por coordenadas polares, bidimensionais, tomando **ang** para valor angular e **comparc** para valor de distância. Estas coordenadas são então convertidas em coordenadas rectangulares, dando origem às coordenadas cartesianas horizontal e vertical (**Xr** e **Zr**) do ponto resultante **Ar** sobre a superfície de representação.

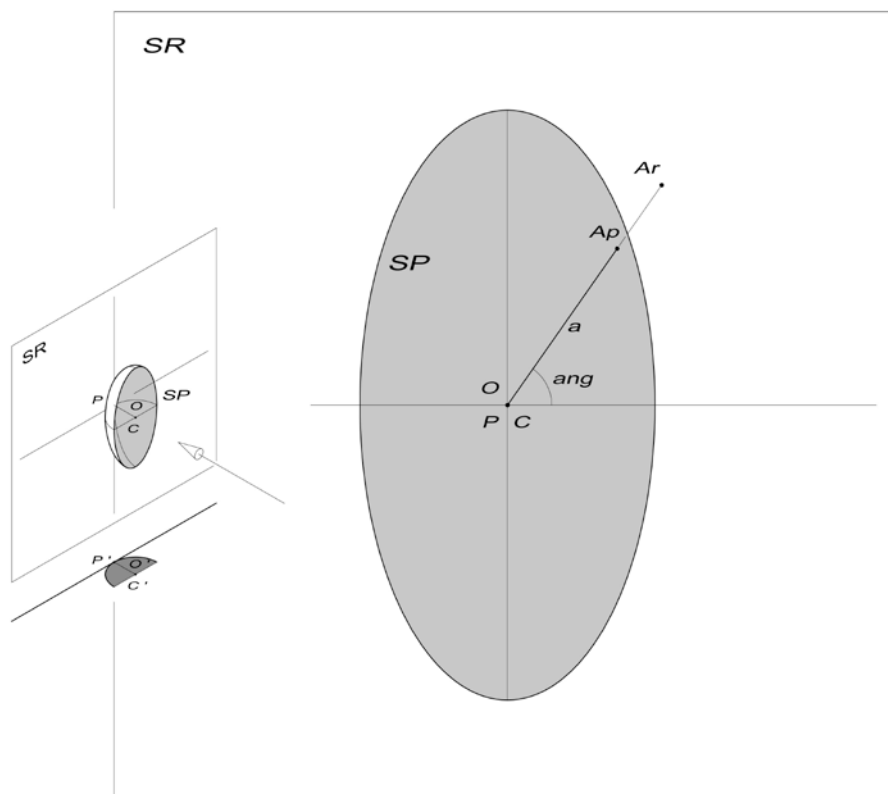


Figura nº 30 - Modo esférico de transferência f:SP→SR.

A aplicação deste processo tem um resultado particular diferente, em função do estado de forma da superfície de projecção: no seu estado esférico (Excentricidade=1), as transformadas das linhas de secção produzidas por planos projectantes verticais (meridianos) são linhas com sentido de curvatura constante; nos

seus estados esferoidais ($\text{Excentricidade} > 1$), as transformadas das mesmas linhas são linhas com sentido de curvatura variável, apresentando oito pontos de inflexão de curvatura (Fig. nº 31: linhas destacadas do lado direito, para $E=8$, e Fig. nº 32: linha **s**).

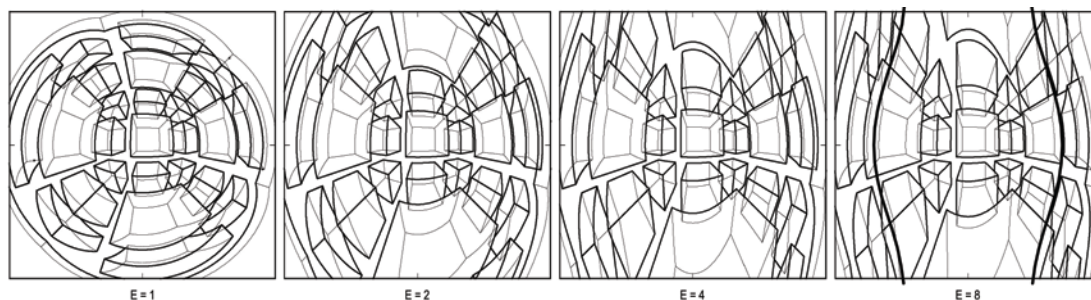


Figura nº 31 - Projecção azimutal equidistante: inflexões das verticais.

De um ponto de vista visual, considera-se esta consequência indesejável, pois traduz graficamente a continuidade direccional de uma recta vertical no espaço tridimensional numa descontinuidade do sentido de curvatura da linha que a representa (repare-se que aquelas inflexões na curvatura vêm somar-se à distorção curvilínea, já tolerada ou aceite, das linhas representantes).

Assim, o modo esférico inclui uma correcção que consiste numa transformação analítica planar que obriga a que as transformadas das linhas de secção produzidas na superfície de projecção por planos frontais sejam linhas elípticas (logo com sentido de curvatura constante) concêntricas em P.

Por outras palavras, obriga a que área da superfície de representação correspondente ao mapeamento total da superfície de representação seja sempre uma elipse. Assim, os mapeamentos (elípticos) dos diferentes estados esferoidais homólogos da SP tornam-se, também, homólogos entre si. Aquela transformação analítica implica as seguintes considerações e procedimentos, efectuados sobre a superfície de representação (Fig. nº 32):

- seja **As** (assente na **SR**) o ponto resultante da projecção sobre **SP** (**Ap**) e da transferência para a **SR** de um ponto **A** do espaço tridimensional, utilizando a projecção cartográfica azimutal equidistante, aplicada ao esferóide;
- seja **s** (assente na **SR**) a transformada da linha de secção (elíptica) produzida na **SP** por um plano frontal que contenha a projecção **Ap** do ponto **A**;
- a linha **s**, centrada em **P**, apresenta dois eixos de simetria, definidos pelos segmentos **[IS]** e **[ED]**;

- seja **e** a elipse, centrada em **P**, construída tomando como seus eixos os segmentos **[IS]** e **[ED]**.

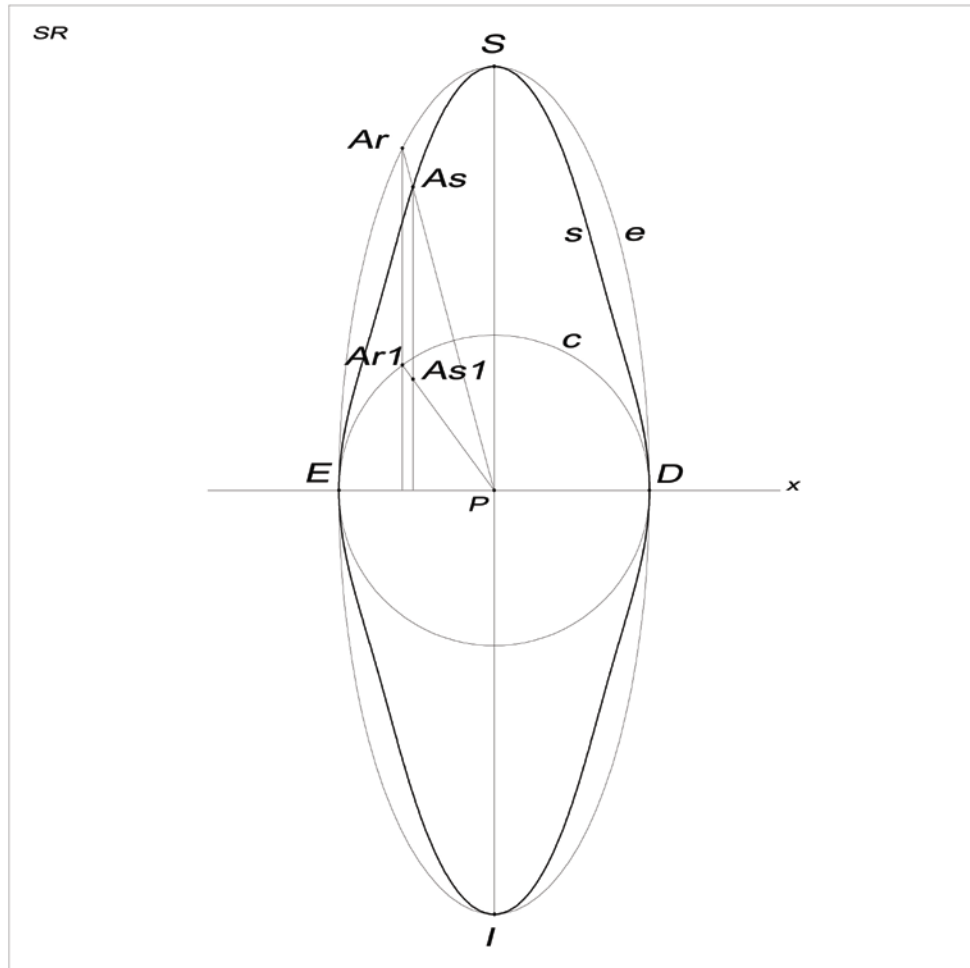


Figura nº 32 - Modo esférico de transferência: correcção das inflexões de curvatura.

Pretende-se criar uma correspondência biunívoca entre as linhas **s** e **e**, ou seja, todos os pontos da linha **s** deverão ter um único ponto correspondente sobre a linha **e**. Para isso, toma-se como mecanismo de correspondência a projecção, centrada em **P**, de **s** sobre **e**. Esta projecção desloca o ponto **As** para a posição **Ar**, que será assim considerada a representação final corrigida, sobre **SR**, do ponto **A** do espaço tridimensional. Para isto:

- seja **c** a circunferência centrada em **P** e com diâmetro **ED**;

- considera-se a relação homológica de afinidade ortogonal estabelecida entre a circunferência **c** e a elipse **e**, tomando como eixo de homologia a recta **x** e como constante de homologia o quociente **PD/PS**;
- nesta afinidade, o ponto **As** tem como homólogo o ponto **As1**, obtido através da multiplicação da coordenada vertical de **As** pela constante de homologia.
- o ponto **As1** é projectado sobre a circunferência, tomando **P** como centro de projecção, obtendo-se o ponto **Ar1**;
- a coordenada vertical de **Ar1** é dividida pela constante de homologia, obtendo-se a posição **Ar**, representação final corrigida, sobre **SR**, do ponto **A** do espaço tridimensional.

Esta transformação afecta o processo de transferência $SP \rightarrow SR$ de forma contínua e homogénea, pelo que todas as inflexões indesejadas são eliminadas da representação final (Fig. nº 33, ver linhas destacadas do lado direito, para $E=8$).

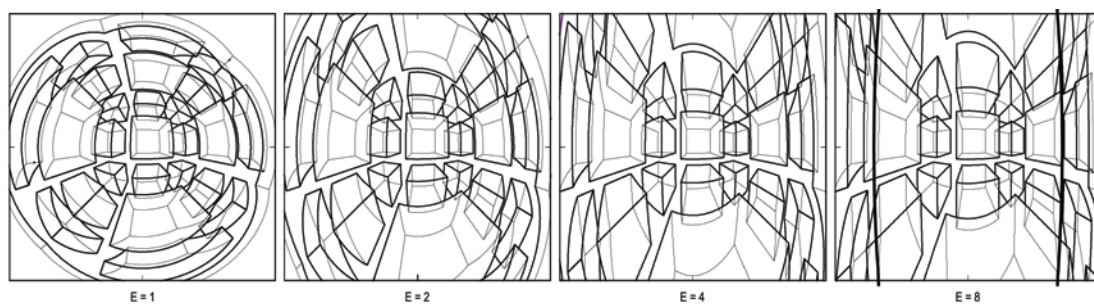


Figura nº 33 - Modo esférico de transferência: resultados gráficos.

Em termos de resultados visuais, o modo esférico adequa-se mais aos estados de forma esférico e para-esféricos da superfície de projecção.

3.3.2 Caracterização do modo cilíndrico

O modo cilíndrico (Fig. nº 34) consiste numa adaptação da projecção cartográfica sinusoidal à condição esferoidal da superfície de projecção. Qualquer ponto **Ap** projectado na superfície esferoidal é ali referenciado através de duas coordenadas: **comparc_v** e **comparc_h**. O valor de **comparc_v** é o comprimento do arco **ap** do semimeridiano de perfil posterior, com extremos no ponto principal **P** e na cota do próprio ponto **Ap**. O valor de **comparc_h** é o comprimento do arco de paralelo **an**, à

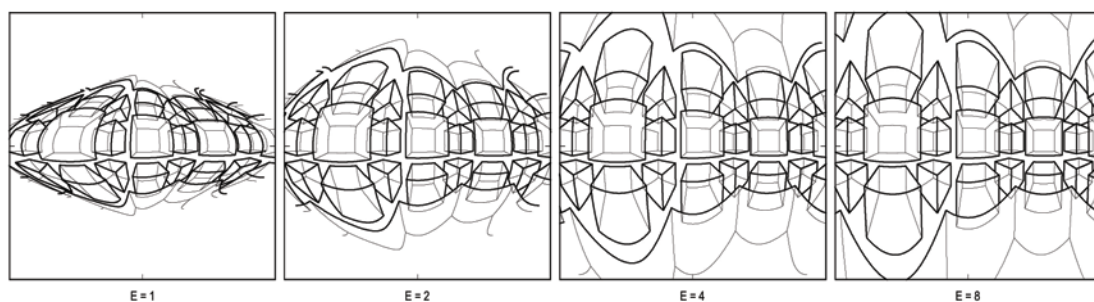


Figura nº 35 - Modo cilíndrico de transferência: resultados gráficos.

3.3.3 Caracterização do modo híbrido

O modo híbrido (Fig. nº 36) consiste num processo dinâmico que responde de forma otimizada (em termos de resultados visuais) às mutações da superfície de projecção.

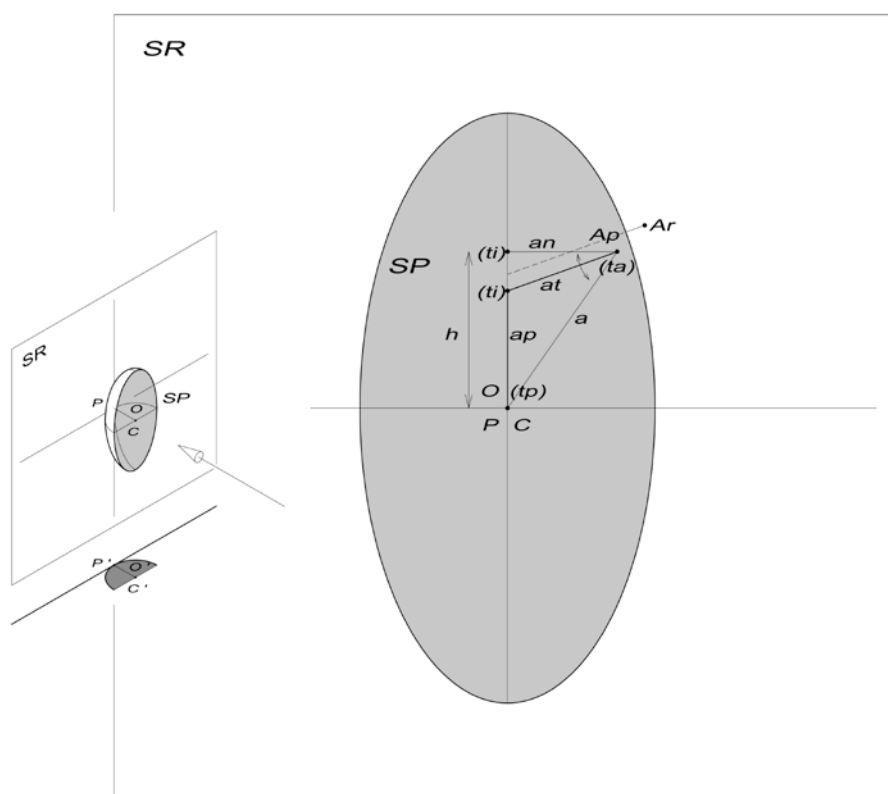


Figura nº 36 - Modo híbrido de transferência f:SP→SR.

A formulação deste modo de transferência é derivada das seguintes considerações:

- no modo cilíndrico, atrás descrito, a posição de um ponto projectado **Ap** sobre a superfície de projecção esferoidal é referenciada ao ponto principal **P** através de dois arcos elípticos: um primeiro, de perfil (**ap**), contido no meridiano central, e um segundo de nível (**an**), contido no paralelo situado à cota do ponto **Ap**;
- estes dois arcos elípticos pertencem, respectivamente, ao plano de perfil passante em **P** e ao plano de nível passante em **Ap**;
- o plano de perfil encontra-se sempre apoiado na recta de topo **tp**, passante em **P**;
- o plano de nível encontra-se sempre apoiado na recta de topo **ta**, passante em **Ap**;
- os dois planos intersectam-se na recta de topo **ti**, com abcissa 0 e à cota de **Ap**.

Nestas condições, considere-se:

- a recta de topo **tp**, passante em **P**, fixa;
- a recta de topo **ta**, passante em **Ap**, fixa;
- a recta de topo **ti** móvel, isto é, passível de sofrer uma translação no sentido vertical descendente ou, reversivelmente, ascendente, limitada entre as cotas de **Ap** e de **P**.

Ao longo da translação descendente, e mantendo-se a recta **ti** como recta de intersecção entre os dois planos (charneira), têm-se as seguintes consequências:

- o plano de perfil mantém a sua posição e orientação;
- o plano de nível oscila em torno da recta de topo **ta**, passando a assumir, genericamente, uma orientação de topo com declive progressivamente crescente; nesta oscilação, o comprimento do primeiro arco elíptico **ap** (de perfil) reduz-se e o comprimento do segundo arco elíptico - inicialmente **an** (horizontal), agora **at** (assente no plano de topo) - aumenta;
- quando a translação leva a recta **ti** para a posição limite da cota de **P** (cota zero), esta fica coincidente com a recta de topo **tp**, passante em **P**; nesta situação, o comprimento do primeiro arco elíptico **ap** anula-se e o comprimento do segundo arco elíptico **at** torna-se máximo; este segundo arco elíptico tem agora os seus extremos em **Ap** e em **P**, ou seja, corresponde precisamente ao arco de secção máxima que referencia **Ap** a **P**, na superfície de projecção esferoidal, segundo o modo esférico de transferência.

O procedimento descrito permite, então, uma transição contínua entre o modo cilíndrico e o modo esférico ou, reversivelmente, entre o modo esférico e o modo

cilíndrico, sendo todas as configurações intermédias utilizáveis como processo de transferência das projecções assentes sobre a superfície de projecção esferoidal para a superfície de representação planar.

Numa implementação computacional da PLP, A estabilização do modo híbrido numa configuração específica (fixando a charneira **ti** numa cota específica **h** dentro do intervalo de variação descrito) é feita manualmente, pelo utilizador, ou automaticamente, pelo sistema.

Manualmente, o utilizador selecciona uma configuração limite (correspondente a modo esférico ou modo cilíndrico) ou qualquer configuração intermédia, em função dos resultados visuais pretendidos e independentemente do estado de forma da superfície de representação esferoidal.

Automaticamente, o sistema associa a posição (cota) da charneira **ti** ao estado de Excentricidade da superfície de projecção. Considerando a maior adequação, em termos de resultados visuais, do modo esférico ao estado esférico da SP e do modo cilíndrico ao estado cilíndrico da SP, o modo híbrido configura-se dinamicamente, adequando-se aos diferentes estados de forma esferoidais, intermédios, da superfície de projecção (Fig. nº 37).

A formulação acima descrita define o modo híbrido.

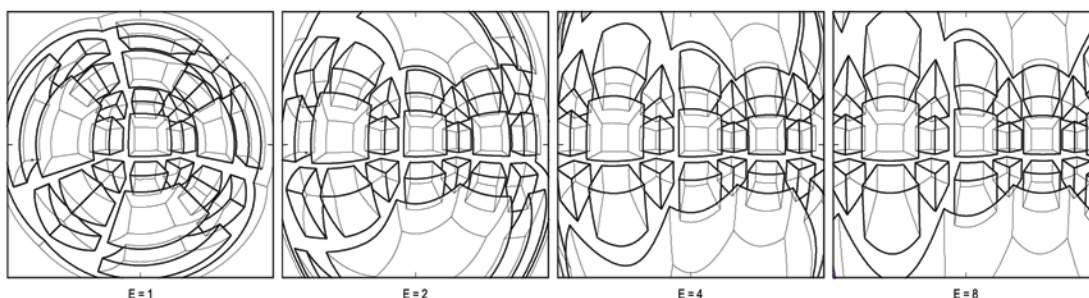


Figura nº 37 - Modo híbrido de transferência: resultados gráficos.

O modo híbrido é, assim, em funcionamento automático, um método de transferência dinâmico, dependente do valor de Excentricidade atribuído à superfície de projecção (e para qualquer concretização do parâmetro Raio).

3.4 Subsegmentação - a resolução de um problema gráfico

Na perspectiva de quadro plano, a projecção de um segmento recto é igualmente um segmento recto, pelo que basta efectuar o cálculo das projecções dos seus dois extremos para obter a projecção final. Nas perspectivas de quadro curvo, a projecção de um segmento recto é, no caso geral, uma linha curva. Quer a sua projecção primária sobre a SP quer a transformada resultante da transferência para a SR necessitam do cálculo de pontos intermédios do segmento, em número suficiente para evitar uma configuração poligonal e garantir a fluidez da curva resultante sobre a SR.

O método proporcional ponderado - MPP - é um processo que permite, assim, efectuar a subdivisão de um segmento recto num número inteiro conveniente de subsegmentos, calculando sobre o segmento inicial um conjunto de pontos intermédios adicionais aos seus dois extremos.

O número de subsegmentos é determinado sobre duas variáveis: a amplitude visual do segmento e a sua posição no campo visual. Um segmento com maior amplitude visual terá um número maior de subsegmentos. Um segmento situado no sector anterior do campo visual terá um número de subsegmentos maior do que um segmento situado no sector posterior. Um segmento que se desloca do sector posterior para o sector anterior do campo visual vê o seu número de subdivisões progressivamente aumentado. Esta progressividade responde ao facto de, na transferência da SP para a SR, os sectores anteriores da SP serem os que sofrem maiores estiramentos, o que requer maior número de pontos intermédios para a correcta definição visual da linha projectada.

Este método implica os seguintes passos, para um segmento recto [AB] do espaço tridimensional (Fig. nº 38):

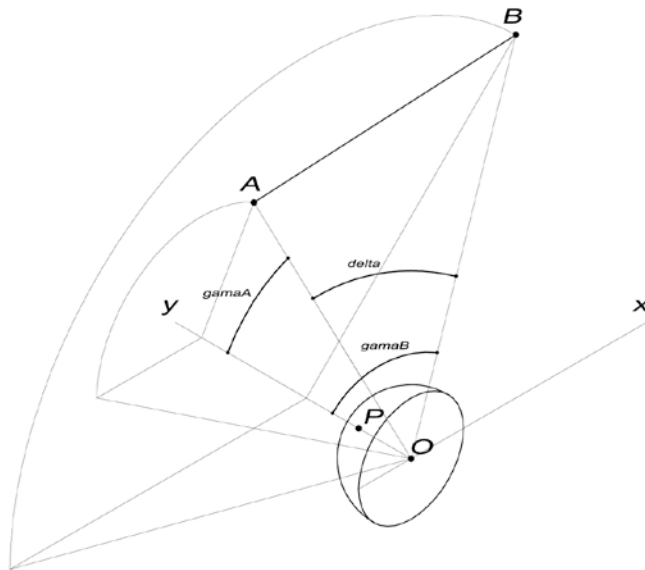


Figura nº 38 - Segmento [AB]: ângulos AOB, POA e POB.

- é calculada a amplitude **delta** do ângulo **AOB** (amplitude visual do segmento **[AB]**);
- é calculado o valor **Ndelta**, obtido pela multiplicação por 100 do valor em radianos da amplitude visual de **[AB]**;
- é calculada, em radianos, a amplitude **gamaA** do ângulo **POA**;
- é calculada, em radianos, a amplitude **gamaB** do ângulo **POB**;
- é calculado o valor **gamaG** - média aritmética das amplitudes **gamaA** e **gamaB**.

Os valores **Ndelta** e **gamaG** são os dois factores determinantes do valor **NDiv** - número (inteiro e positivo) de subsegmentos em que será dividido o segmento **[AB]**:

O valor **Ndelta** determina um número base de subdivisões, proporcional à amplitude visual do segmento. O valor **gamaG** constitui um multiplicador daquele número base, aumentando o número de subdivisões em função da posição progressivamente recuada do segmento no campo visual (azimute crescente).

Os subsegmentos criados deverão ter a mesma amplitude visual - **deltadiv** - calculada através da expressão:

$$\text{deltadiv} = \text{delta} / \text{NDiv}$$

Partindo do extremo **A** para o extremo **B** do segmento **[AB]**, são então calculadas as coordenadas dos pontos extremos sequenciais que definem os **NDiv** subsegmentos, considerando incrementos de múltiplos inteiros de **deltadiv**, de $[0 \cdot \text{deltadiv}]$ até $[\text{NDiv} \cdot \text{deltadiv}]$. O primeiro ponto calculado será o ponto **A**, o último ponto calculado será o ponto **B**, no meio serão calculados todos os pontos intermédios (Fig. nº 39).

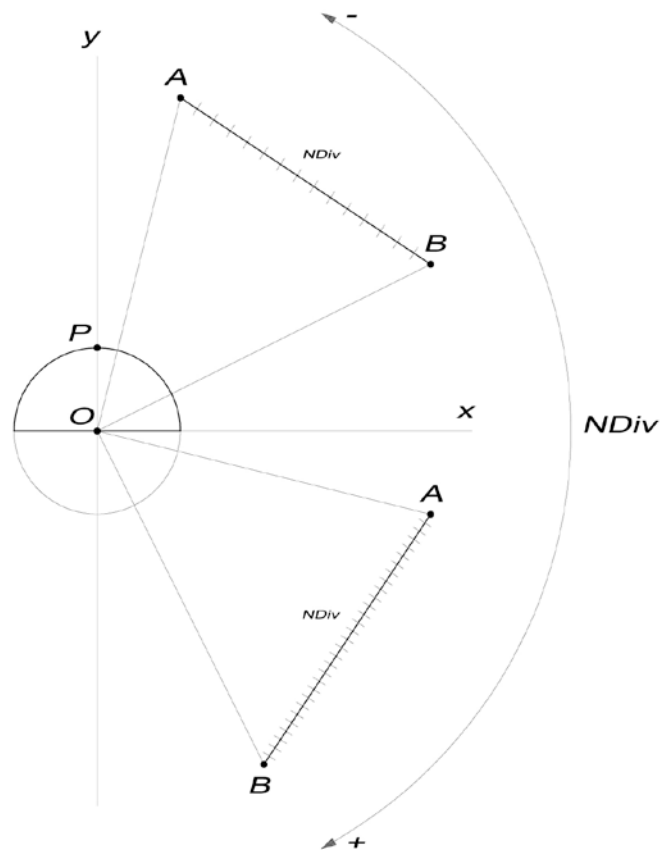


Figura nº 39 - Segmento **[AB]**: variação do valor **NDiv**.

Como resultado, o segmento **[AB]** fica subdividido num conjunto de subsegmentos em número proporcional à sua amplitude visual e à sua colocação no campo visual, em termos de azimuth. Os subsegmentos têm todos a mesma amplitude visual, uniformizando a definição projectiva da linha **AB** sobre a **SP**.

4 Demonstração da perspectiva linear paramétrica

Vamos agora proceder a uma demonstração, necessariamente delimitada mas ainda assim exemplificativa e expressiva da diversidade de resultados gráficos proporcionados pelo sistema de perspectiva linear paramétrica, bem como das suas propriedades hibridizantes dos sistemas referenciais.

Esta demonstração compõe-se de 12 tabelas (Figs. nº 42 a nº 53) que serão apresentadas sequencialmente. Cada tabela, com 4 linhas e 4 colunas, apresenta 16 figurações perspécticas.

As sequências horizontais demonstram variações do parâmetro Raio (R), com os valores 1, 2, 4, 8. As sequências verticais demonstram variações do parâmetro Excentricidade (E), com os valores 1, 2, 4, 8 (usamos aqui a escala de numeração correspondente à proporção dos eixos da superfície esferoidal).

As 12 tabelas de imagens estão agrupadas em três secções, correspondendo cada secção, respectivamente, à aplicação dos métodos de transferência esférico, cilíndrico e híbrido. Em cada secção, teremos uma evolução crescente da amplitude de campo de visão considerada, com os valores de 150°, 180°, 225° e 270°.

A posição do observador e a direcção do eixo visual é a mesma em todas as perspectivas apresentadas. O espaço figurado (a partir de um modelo 3D linear) é o reservatório da Mãe-de-Água das Amoreiras, em Lisboa (Fig. nº 40 e Fig. nº41).



Figura nº 40 - Mãe-de-Água das Amoreiras, em Lisboa.

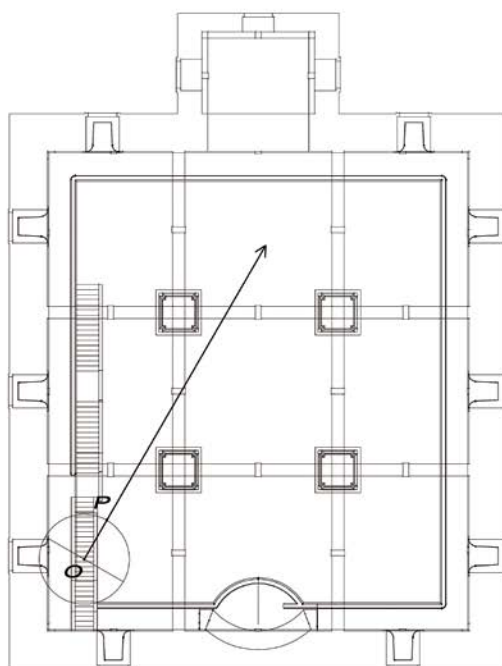
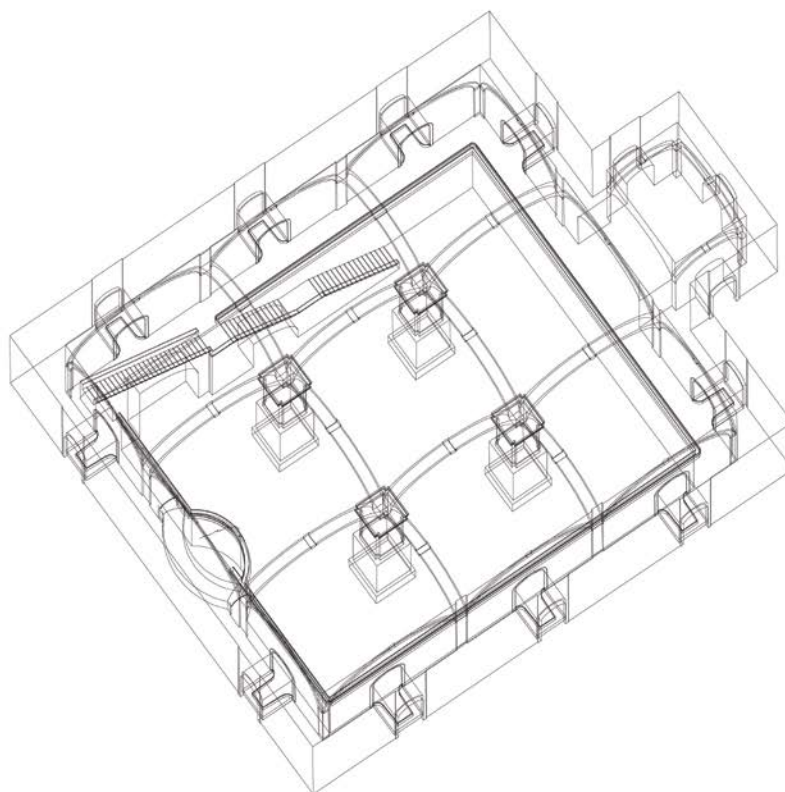


Figura nº 41 - Modelo 3D; localização de O e P.

4.1 Resultados da aplicação do modo esférico

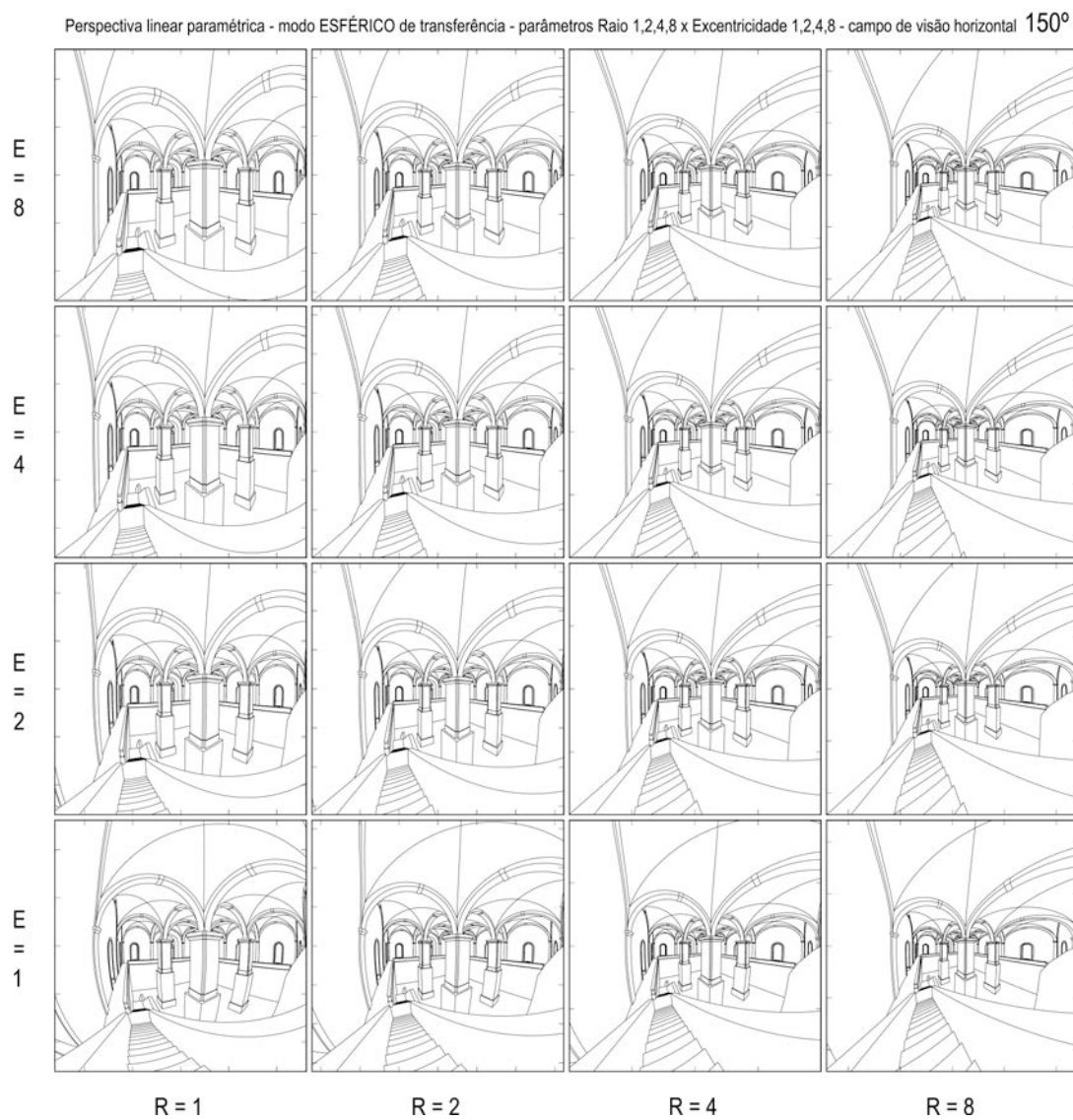


Figura nº 42 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 150°.

Perspectiva linear paramétrica - modo ESFÉRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 180°

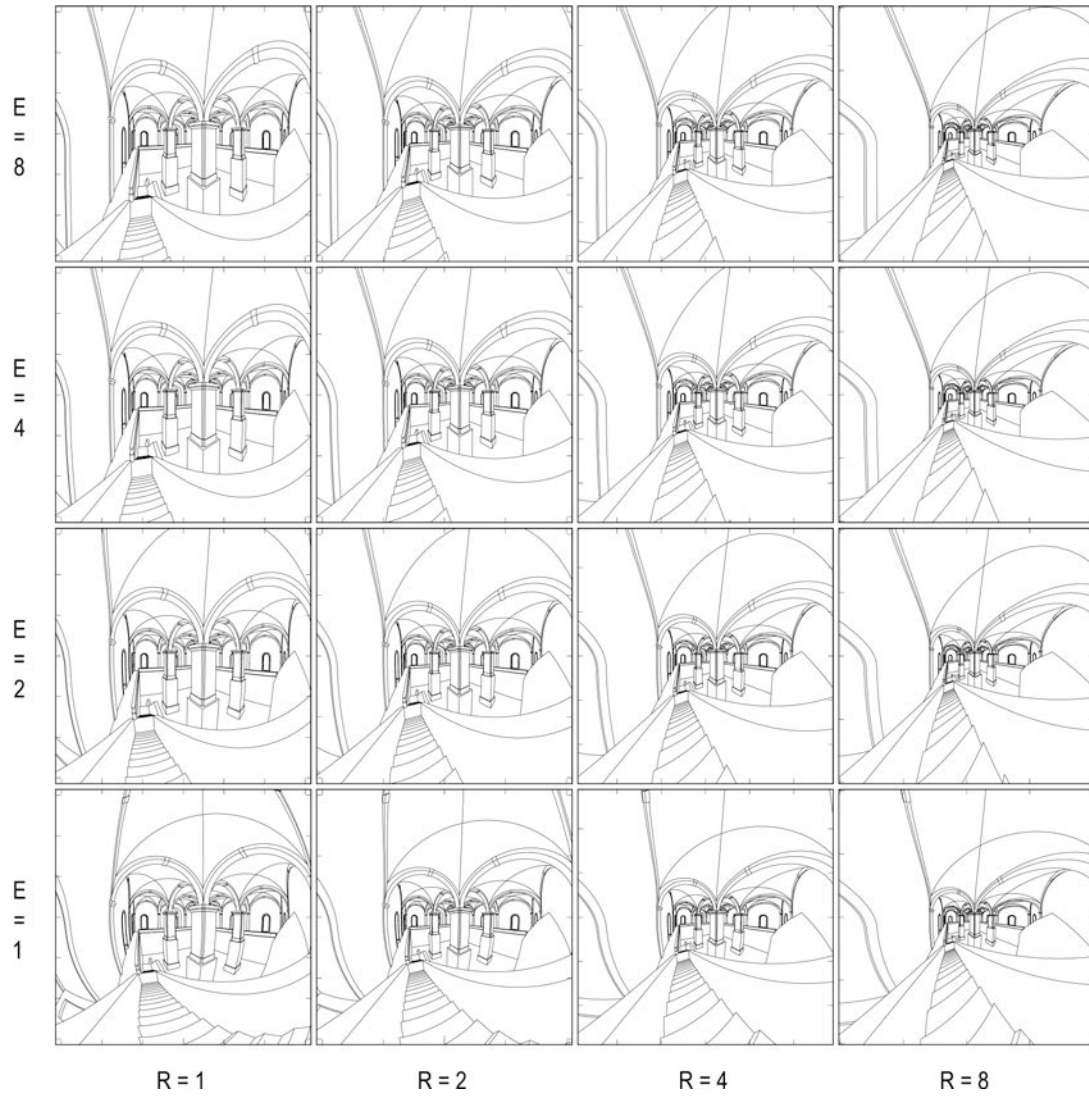


Figura nº 43 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 180°.

Perspectiva linear paramétrica - modo ESFÉRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 225°

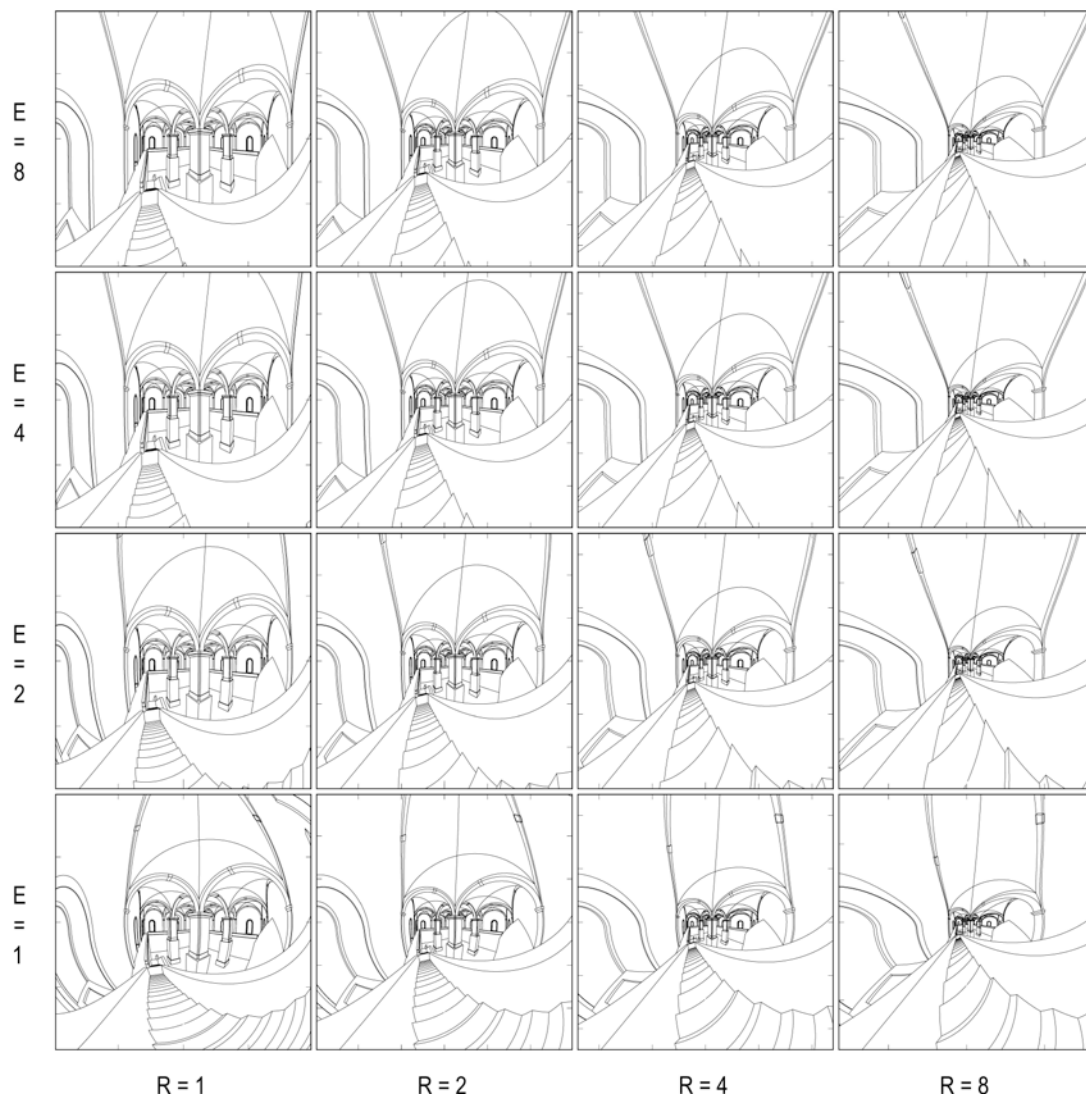


Figura nº 44 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 225°.

Perspectiva linear paramétrica - modo ESFÉRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 270°

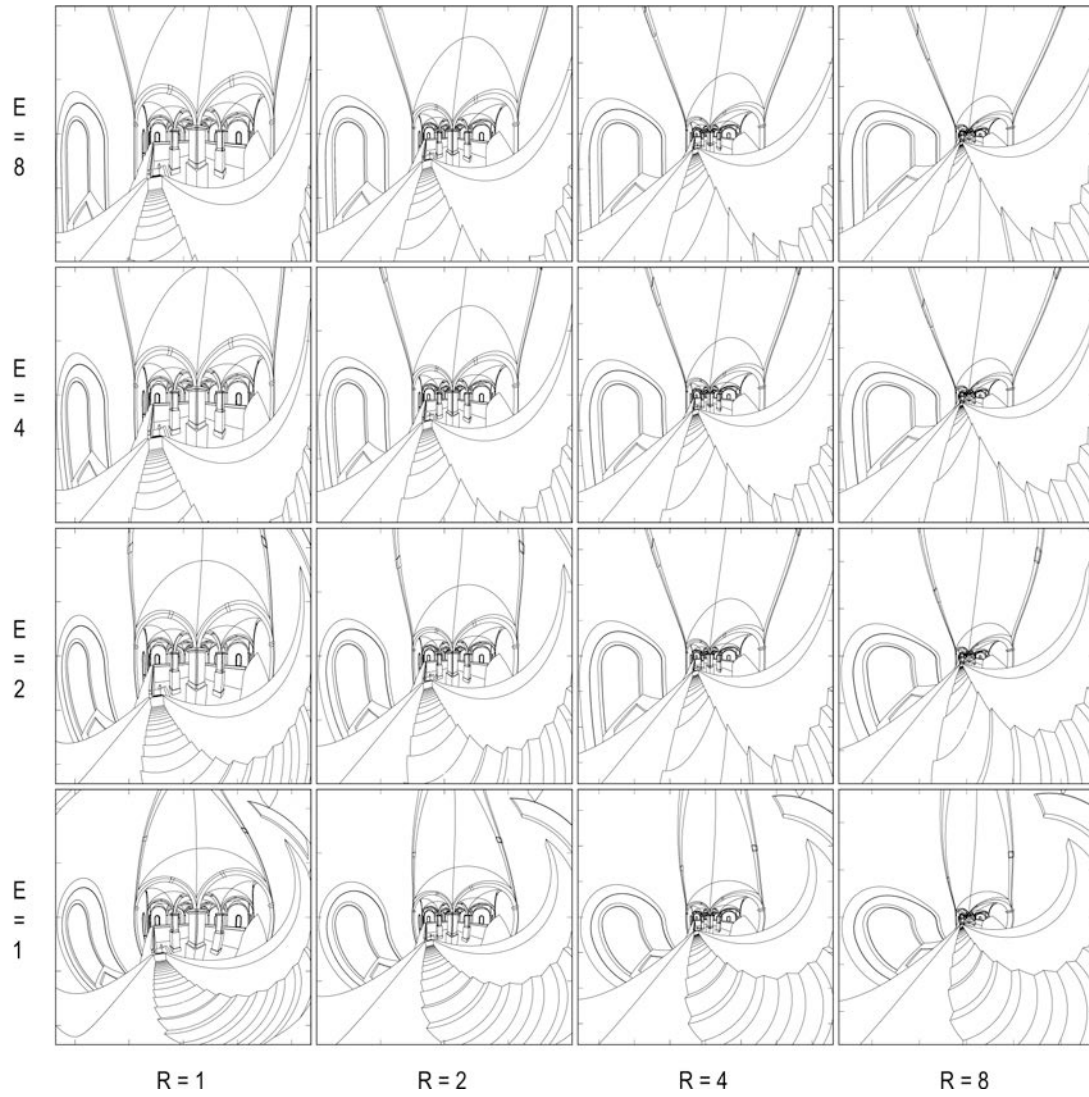


Figura nº 45 - PLP, modo esférico, variações de R e E, campo de visão de 270°.

4.2 Resultados da aplicação do modo cilíndrico

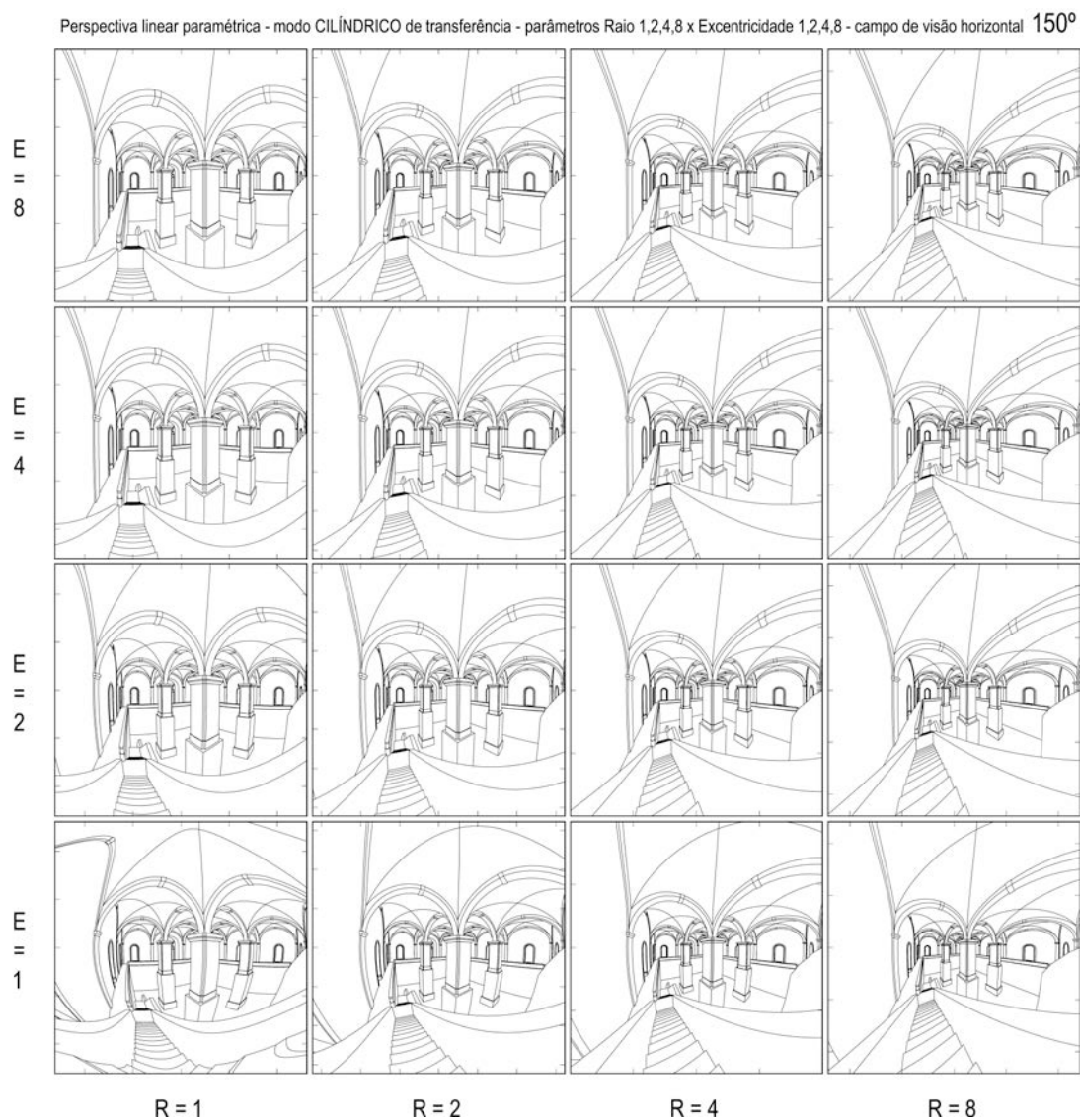


Figura nº 46 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 150°.

Perspectiva linear paramétrica - modo CILÍNDRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 180°

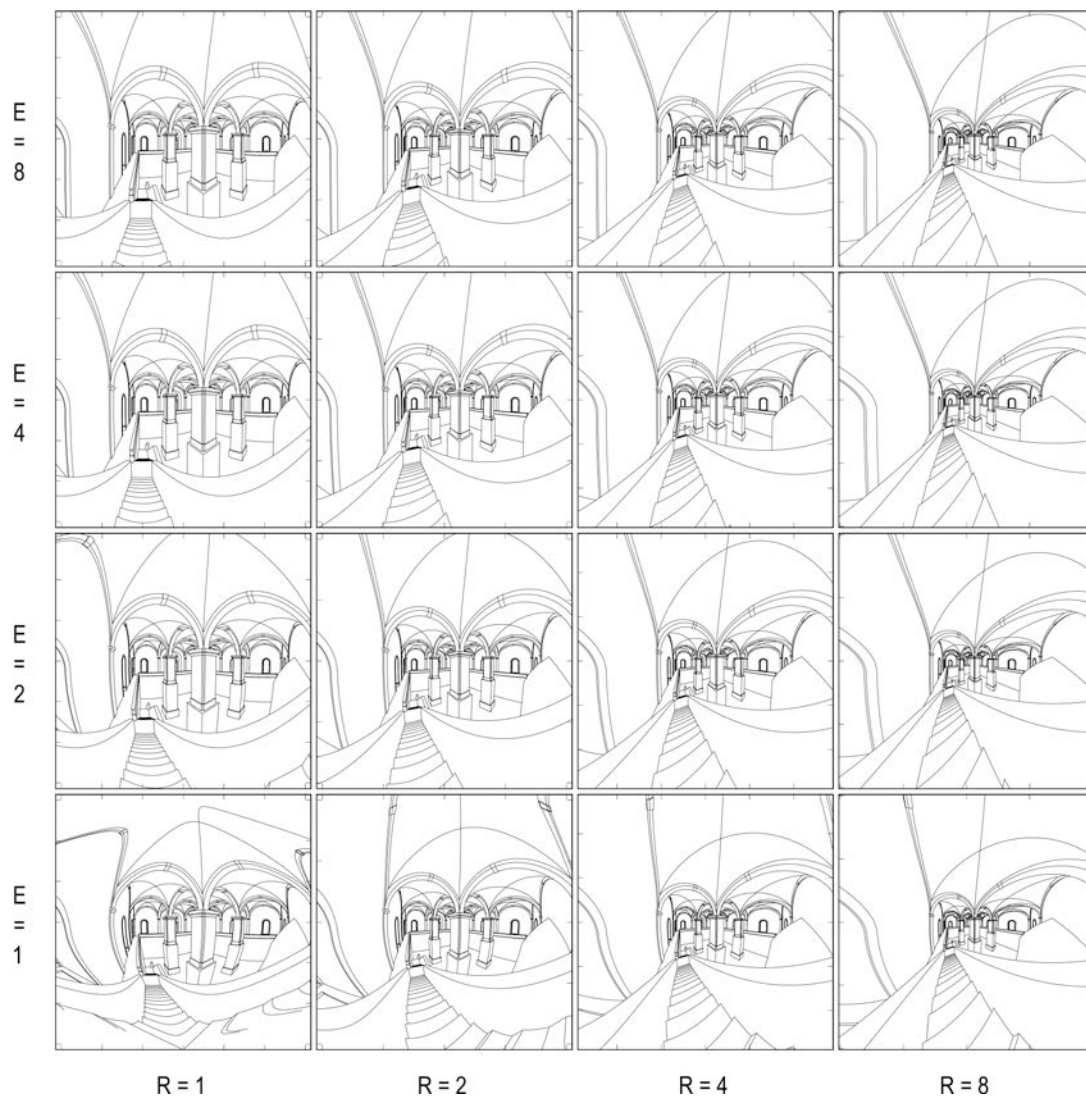


Figura nº 47 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 180°.

Perspectiva linear paramétrica - modo CILÍNDRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 225°

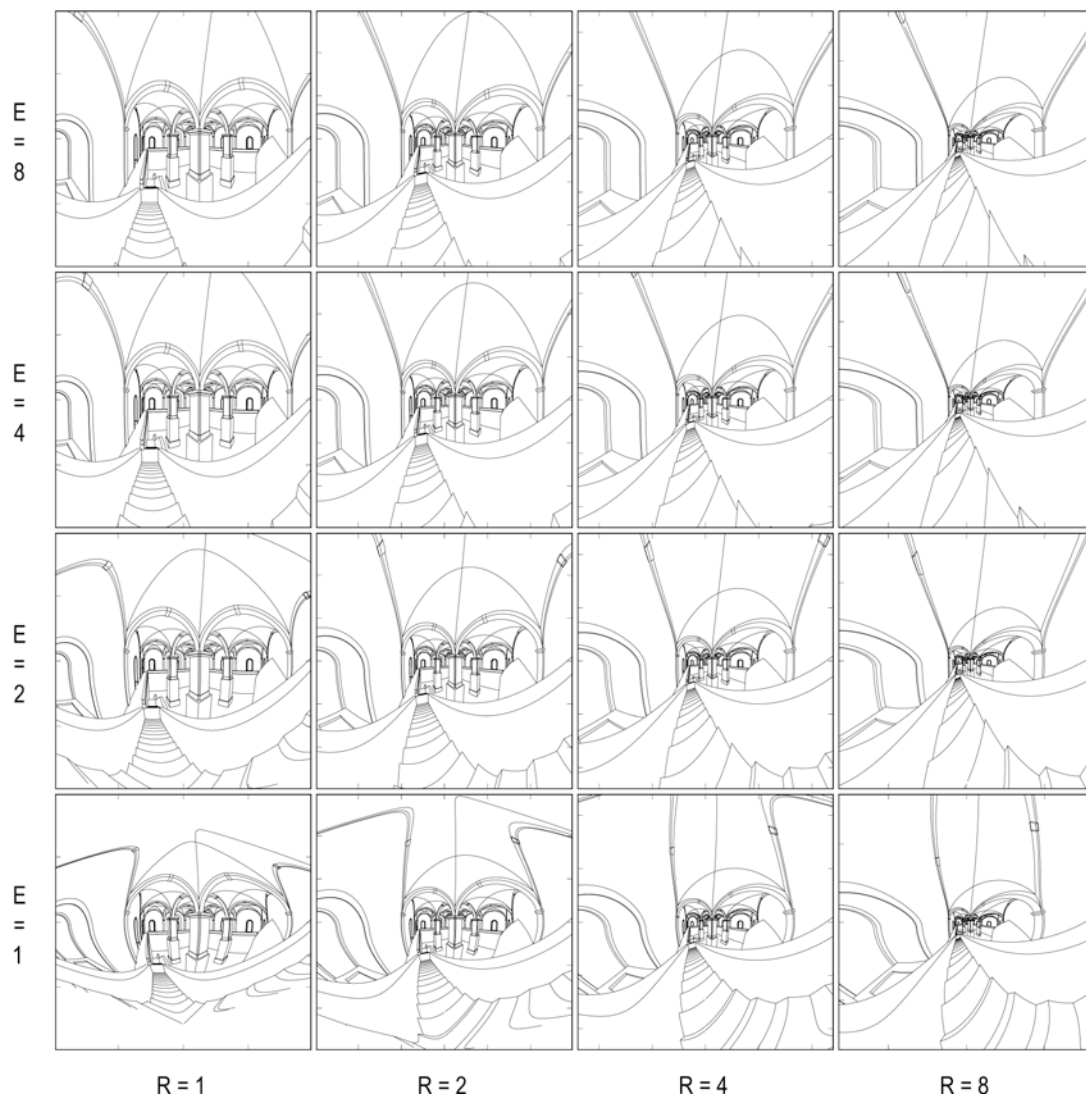


Figura nº 48 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 225°.

Perspectiva linear paramétrica - modo CILÍNDRICO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 270°

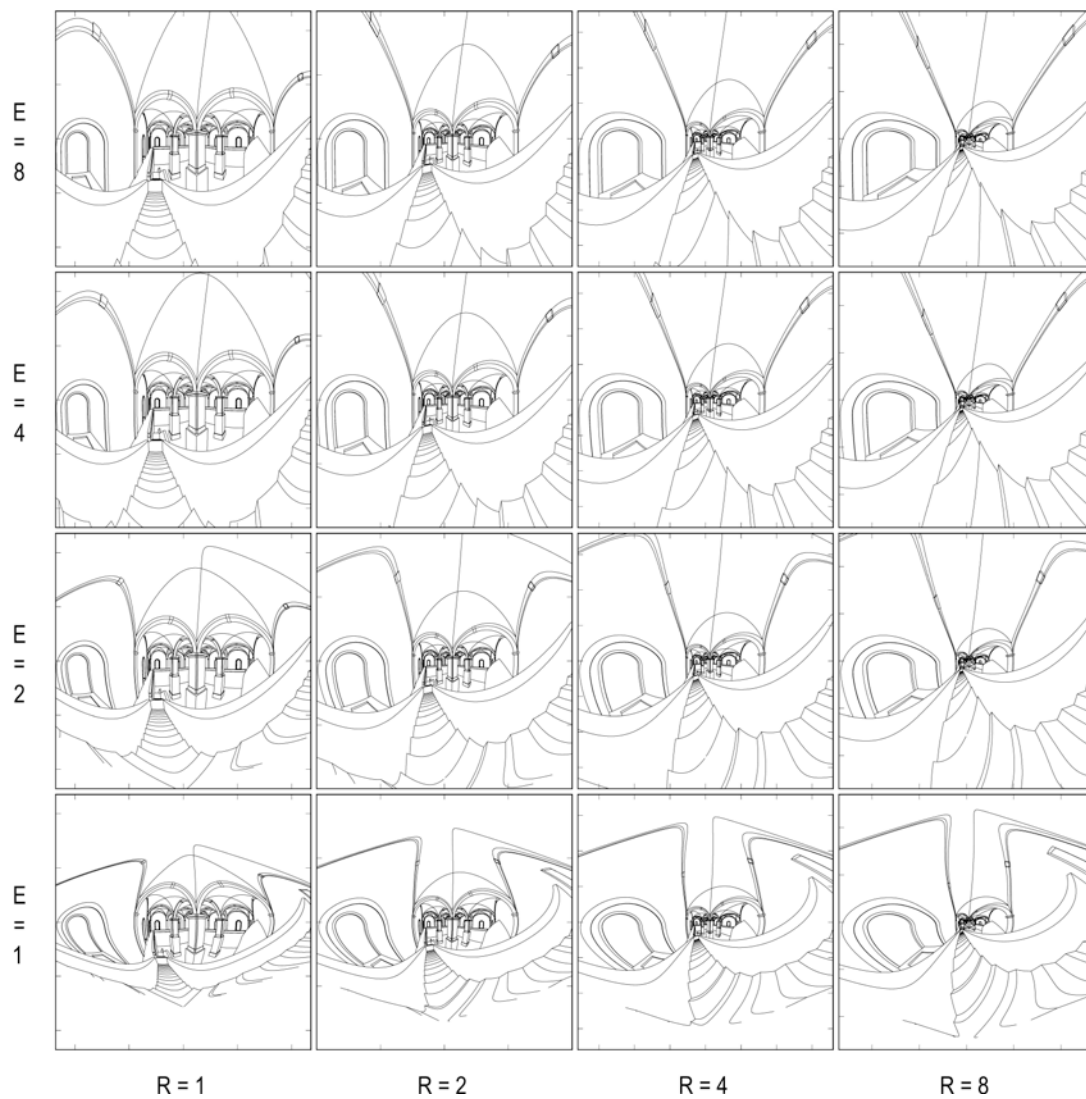


Figura nº 49 - PLP, modo cilíndrico, variações de R e E, campo de visão de 270°.

4.3 Resultados da aplicação do modo híbrido

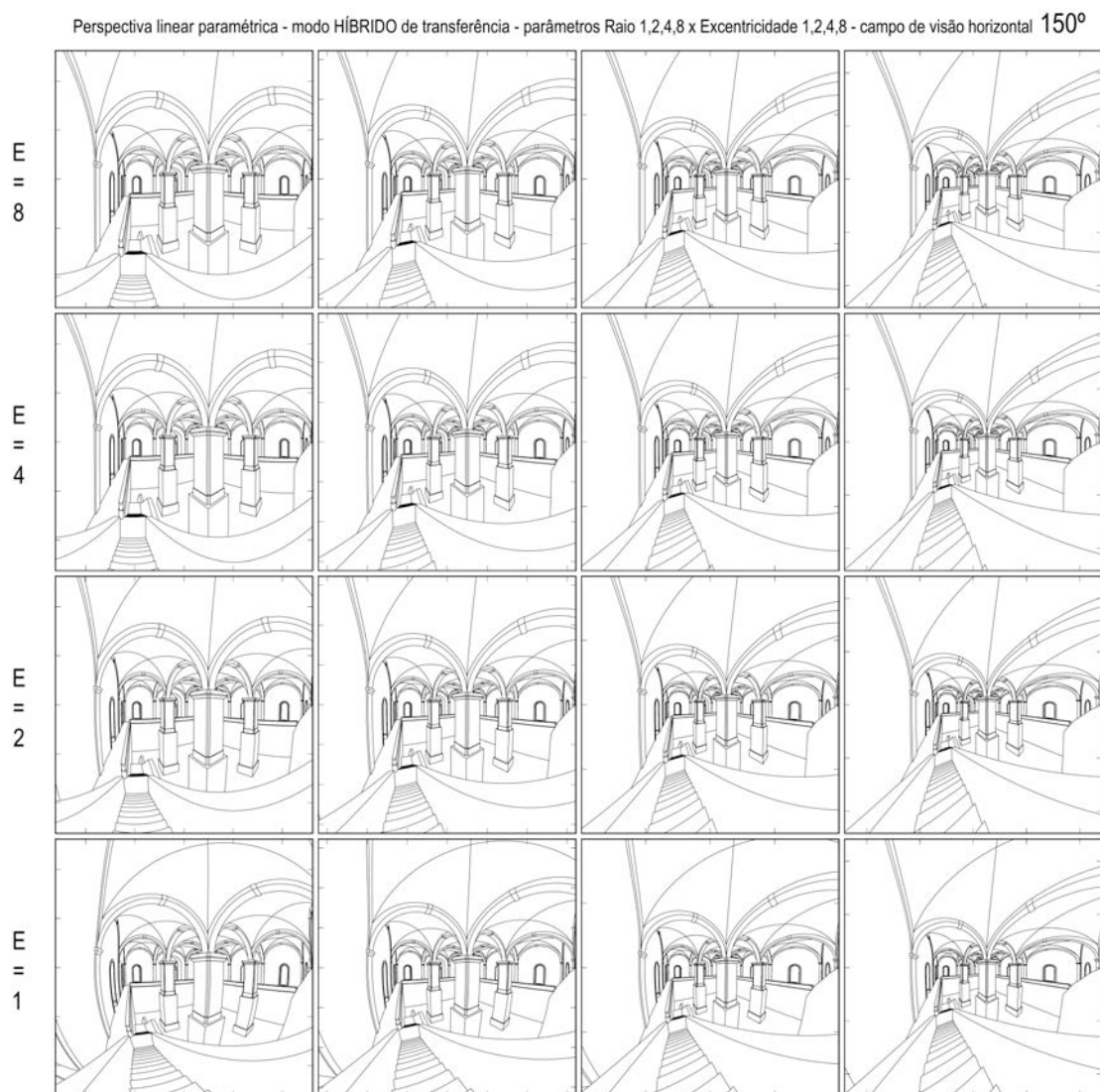


Figura nº 50 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 150°.

Perspectiva linear paramétrica - modo HÍBRIDO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 180°



Figura nº 51 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 180°.

Perspectiva linear paramétrica - modo HÍBRIDO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 225°



Figura nº 52 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 225°.

Perspectiva linear paramétrica - modo HÍBRIDO de transferência - parâmetros Raio 1,2,4,8 x Excentricidade 1,2,4,8 - campo de visão horizontal 270°

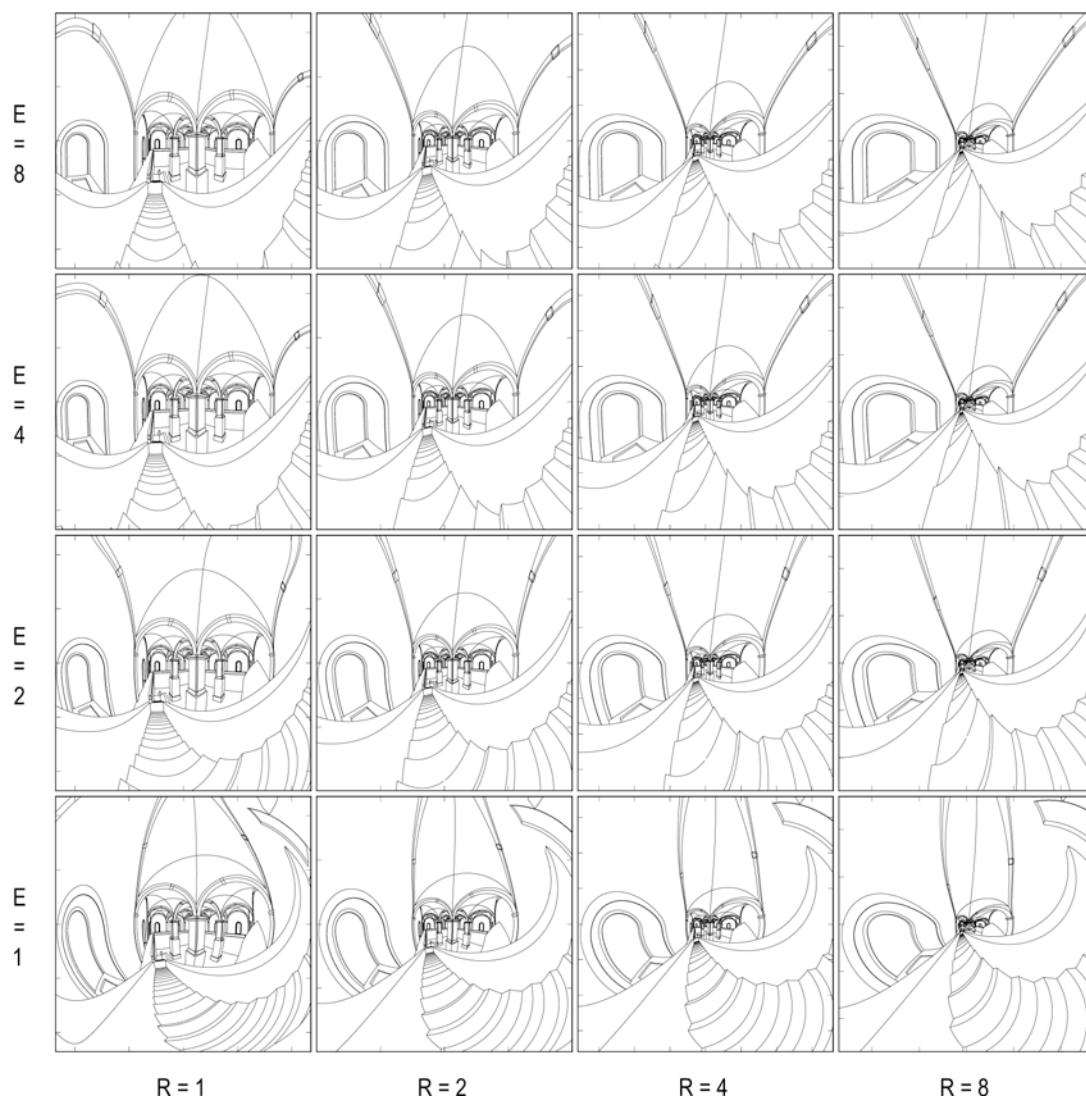


Figura nº 53 - PLP, modo híbrido, variações de R e E, campo de visão de 270°.

Da leitura dos resultados apresentados, e apesar de serem, no conjunto global possibilitado pela perspectiva linear paramétrica, um conjunto muito delimitado, há lugar às seguintes observações:

- demonstra-se a capacidade da PLP em reproduzir os três sistemas perspécticos referenciais, no seu estado formal individual, autónomo;
- demonstra-se a adequação do modo híbrido de transferência, na medida em que permite otimizar a congruência visual das representações perspécticas, nos diversos estados de forma da superfície de projecção;
- demonstra-se a capacidade da PLP em potenciar a representação perspéctica, tendo como referência o sistema predominante da perspectiva planar: de facto, 75% das figurações apresentadas correspondem a campos de visão (180° , 225° e 270°) inalcançáveis naquele sistema;
- demonstra-se a capacidade da PLP em hibridizar as propriedades gráficas estruturais dos três sistemas perspécticos referenciais, potenciando as suas valências e mitigando as suas limitações; significa isto que, na amostra de resultados, encontramos perspectivas tendencialmente rectilíneas, mas com um campo de visão muito superior ao que a perspectiva planar permite, e perspectivas claramente curvilíneas, de campo de visão alargado, mas com a curvilinearidade ponderada, relativamente aos encurvamentos radicais a que assistimos nas perspectivas esférica ou cilíndrica, no seu estado formal individual, autónomo;
- demonstra-se a importância dos enquadramentos delimitadores da imagem, particularmente nos estados não planares da superfície de projecção e em campos de visão próximos dos 360° : de facto, o perímetro da área planificada da superfície de projecção, patente sem o enquadramento, confere à imagem perspéctica uma bidimensionalidade evidente que contraria a capacidade de sugestão de tridimensionalidade e profundidade característica da perspectiva. O enquadramento rectangular promove uma percepção da área de imagem como janela, véu ou transparência que potencia a leitura visual do espaço tridimensional virtual que se desenvolve para lá desta.

5 Conclusões

Da investigação que foi desenvolvida e dos resultados que pudemos concretizar, destacamos a incidência em três domínios.

Em primeiro lugar, no domínio da ciência da representação gráfica, onde julgamos ter apresentado uma construção conceptual, relativa à perspectiva linear, caracterizada por sistematicidade e por coerência de princípios e de funcionamento. A efectiva agregação dos três sistemas perspécticos - planar, cilíndrico e esférico - substanciada na perspectiva linear paramétrica, poderá ser destacada, simbolicamente, no ideograma patente na Fig. nº 54.

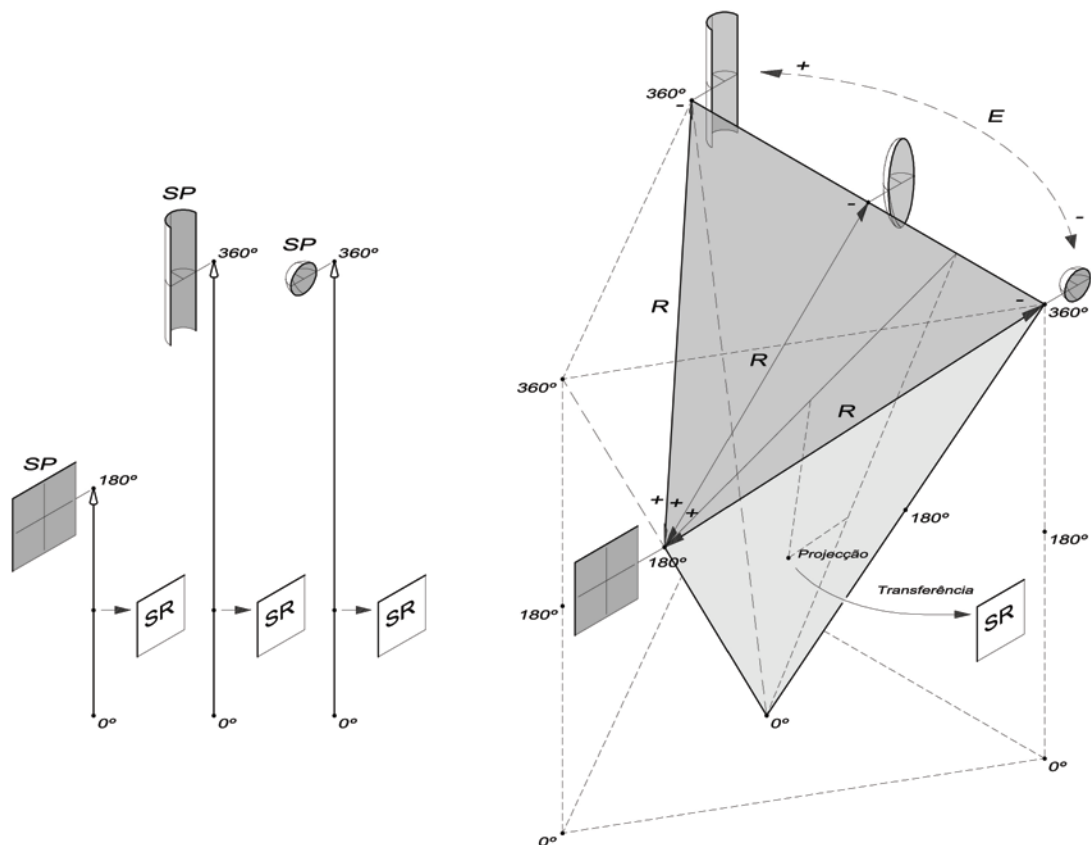


Figura nº 54 - Descrição ideogramática da perspectiva linear paramétrica.

À esquerda, na figura, são apontados os sistemas planar, cilíndrico e esférico, na sua condição actual de formulações autónomas e independentes.

Considere-se então definida e estabilizada uma relação observador-objecto. Nestas condições, a linha vertical associada a cada superfície de projecção simboliza a amplitude de representações perspécticas proporcionada, em cada sistema, pelas variações do campo de visão, desde os 0° , em baixo, até ao máximo teórico que cada sistema permite, em cima. Sobre esta linha, cada ponto simboliza assim uma projecção, passível de ser transferida para a superfície de representação.

À direita, na figura, as três linhas anteriores são dispostas como arestas laterais de um tronco de pirâmide invertido. Os pontos correspondentes aos 0° de campo de visão agora coincidem, pois a perspectiva nessas condições é apenas um ponto, equivalente nos três sistemas.

A pirâmide é truncada na sua base pois a aresta que simboliza a perspectiva planar desenvolve-se desde os 0° até aos 180° , mas as arestas que simbolizam as perspectivas cilíndrica e esférica desenvolvem-se desde os 0° até aos 360° . Assim que o campo de visão ultrapassa os 0° , as três perspectivas diferenciam-se e, portanto, as arestas divergem no sentido ascendente.

Nas duas faces laterais que partilham a aresta respeitante à perspectiva planar, verifica-se o efeito das variações do novo parâmetro Raio, ligando de forma contínua e unificando a perspectiva planar com a esférica, por um lado, e com a cilíndrica, por outro. Na face lateral oposta, verifica-se o efeito das variações do novo parâmetro Excentricidade, ligando de forma contínua e unificando a perspectiva esférica com a cilíndrica.

Neste momento, as três faces laterais da pirâmide simbolizam, no conjunto de pontos que as constituem, um universo acrescido de novas projecções, com qualidades estruturais híbridas.

Ao considerarmos, adicionalmente, as variações combinadas dos parâmetros Raio e Excentricidade, este universo amplia-se ainda mais, passando as potenciais possibilidades de projecções a serem simbolizadas por todos os pontos constituintes do volume do tronco de pirâmide.

Este exercício simbólico expressa a agregação sistematizada e a ampliação de capacidades possibilitada pelo sistema de perspectiva linear paramétrica, no domínio da representação gráfica do espaço tridimensional.

Em segundo lugar, no domínio do desenho computacional, aplicado à arquitectura, onde a formulação da perspectiva linear paramétrica transitou já de uma condição de construção teórica para fundamentação e suporte de uma aplicação efectiva, utilizável. De facto, como foi referido no capítulo 1, secção 1.3, tivemos a oportunidade de desenvolver a nossa tese em contraponto com o desenvolvimento simultâneo do projecto de investigação multidisciplinar Naadir, destinado à concretização de uma implementação computacional, que julgamos absolutamente pertinente, do sistema de perspectiva linear paramétrica.

Esta implementação ultrapassa o protótipo computacional (desenvolvido em linguagem *Matlab*) de testagem e validação que referimos e na construção do qual nos envolvemos. Trata-se já de um protótipo de *software*, um visualizador de perspectivas, com interface de utilizador (Fig. nº 55), que foi ensaiado e validado em inquéritos de usabilidade, em tarefas específicas do projecto. Naturalmente, este visualizador terá em breve a divulgação necessária para uma utilização alargada no âmbito da representação em arquitectura, o que permitirá aferir, também, da mais-valia dos atributos das novas visualizações perspécticas nos processos de concepção.

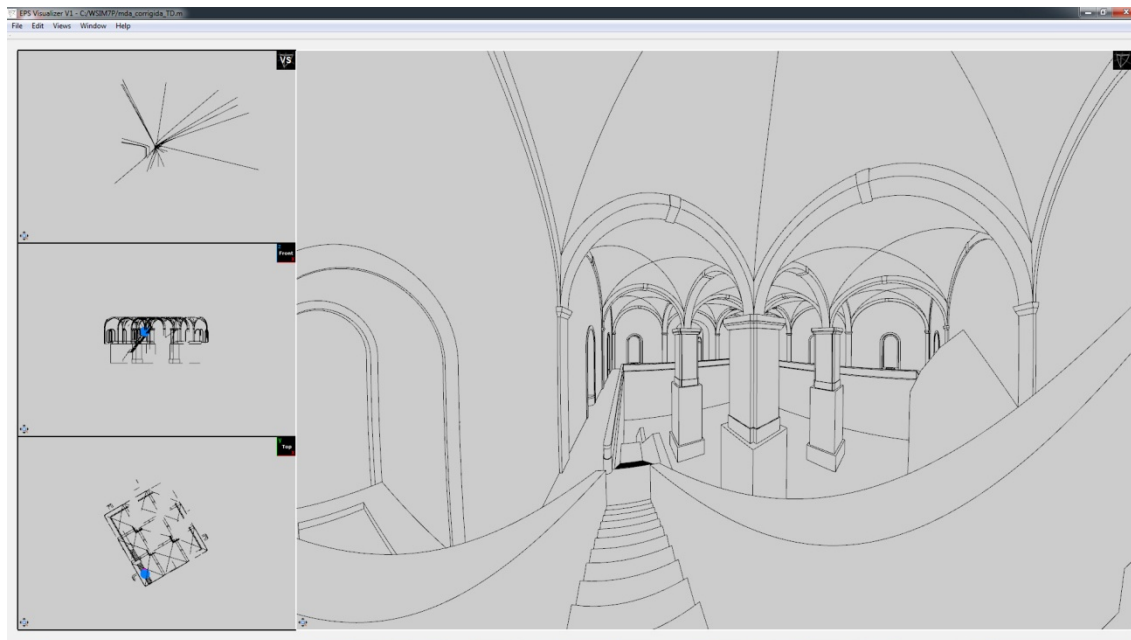


Figura nº 55 - Visualizador EPS (PLP): interface do protótipo computacional.

Neste momento da investigação, apenas podemos com segurança afirmar que a perspectiva linear paramétrica indicia, na flexibilização que promove das estruturas

gráficas perspécticas matematizadas, uma certa transmissão de propriedades identificáveis no desenho à mão livre para o desenho computacional vectorial. Veja-se a Fig. nº 56, onde se contrapõe um desenho de observação, feito por um aluno numa das sessões de pesquisa experimental que foram efectuadas no projecto Naadir, a uma figuração perspéctica gerada pelos protótipos computacionais ali desenvolvidos.

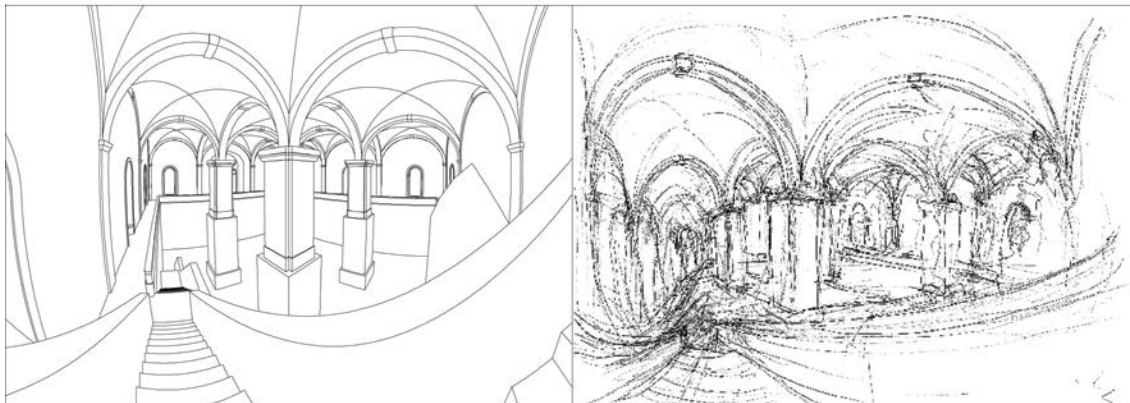


Figura nº 56 - Desenho perspéctico computacional e manual: afinidades?

Em terceiro lugar, no domínio do desenho à mão livre, aplicado à arquitectura, onde julgamos ter criado condições para a introdução de um modelo de interpretação da visualidade mais abrangente e inclusivo, designadamente como suporte e indutor das respectivas didácticas. Neste domínio, podemos apontar estudos subsequentes imediatos, visando a configuração de estratégias para a adopção do sistema de perspectiva linear paramétrica como referencial estruturante na aprendizagem do desenho de observação e concepção, complementando o paradigma fotográfico e o correspondente referencial gráfico - perspectiva planar - predominantes.

Na decorrência do Naadir, foi criada na FAUL uma disciplina optativa denominada Cartografias do olhar, onde se procurou externalizar a experiência multidisciplinar do projecto, com um propósito didáctico. Nesta disciplina, que já teve uma edição, foram aplicados os princípios conceptuais da perspectiva linear paramétrica ao ensino do desenho, conjugando a abordagem analógica com a abordagem computacional.

Por um lado, promovendo a ideia dos três sistemas perspécticos de referência como modelos limite para uma prática avançada do desenho de observação e concepção, nos seus aspectos estruturais. Nesta frente, foi possível obter dos alunos resultados com a qualidade e desenvoltura dos desenhos apresentados na Fig. nº 57.

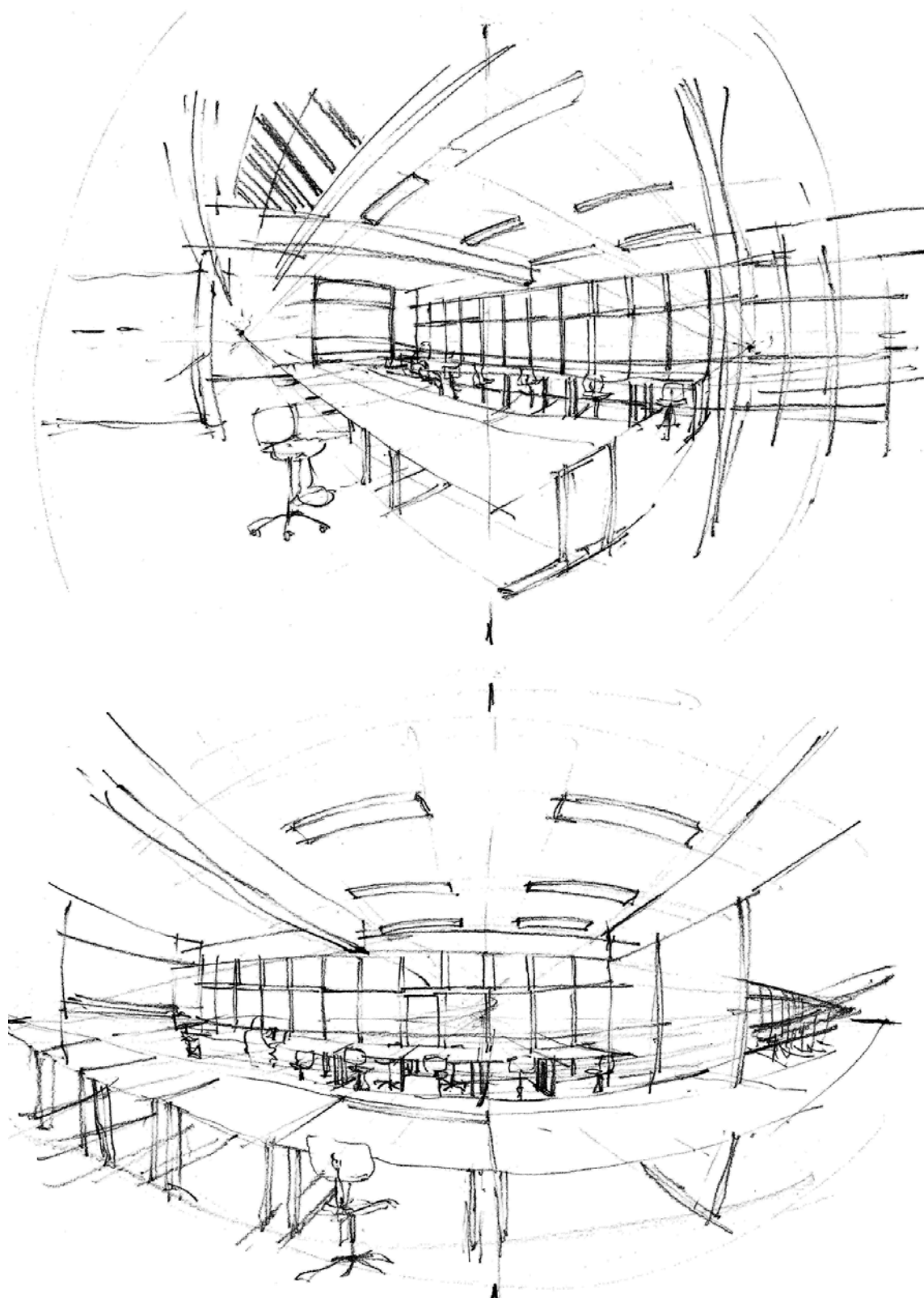


Figura nº 57 - Dois desenhos perspécticos de observação.

Por outro lado, promovendo com os alunos uma dinâmica de investigação sobre as possibilidades estruturais do desenho, alicerçadas no conceito de esfera visual e das suas possíveis decorrências gráficas, considerando diferentes métodos cartográficos de transposição para o plano de representação. Nesta outra frente, os alunos foram convocados a articular os procedimentos de geometria sintética e analítica, construindo pequenos algoritmos de implementação de sistemas de perspectiva divergentes, com os quais se gerou a diversidade apresentada na Fig. nº 58.

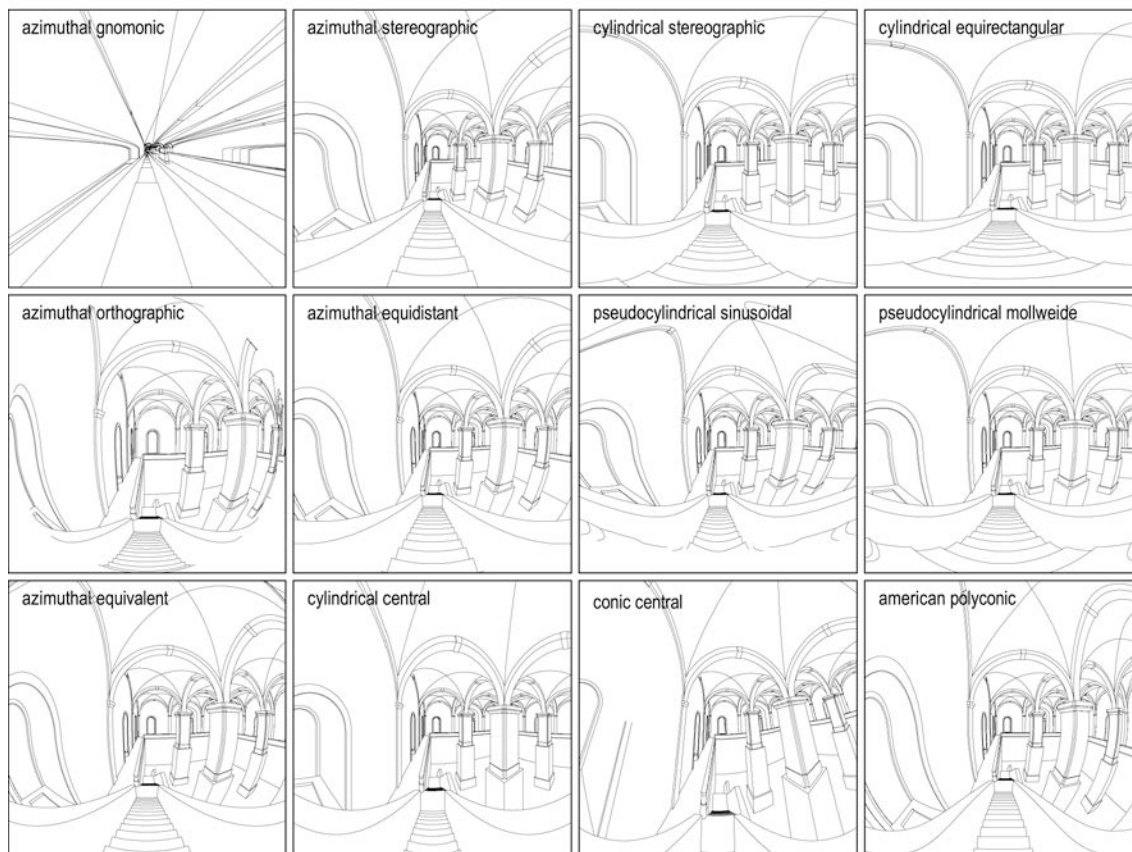


Figura nº 58 - Uma tabela de figurações perspécticas divergentes.

Resta-nos sugerir que os princípios conceptuais da perspectiva linear paramétrica, apontados no capítulo 2, secção 2.2, configuram um sistema em aberto, ou seja, outras superfícies de projecção, outras parametrizações e outros métodos de transferência para a superfície de representação poderão, de facto, no enquadramento daqueles princípios, ser considerados. De facto, a concretização de perspectiva linear paramétrica que apresentámos nesta tese foi aquela que nos pareceu mais manifestamente premente. Vemos nesta interpretação um território fértil para próximos desenvolvimentos decorrentes desta investigação.

BIBLIOGRAFIA

ANDERSEN, Kirsty, *The Geometry of an Art - the History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, New York, Springer, 2007.

ARNHEIM, Rudolf, *Visual Thinking*, Berkley, University of California, 1969.

ASENSI, Izquierdo, *Geometría descriptiva superior y aplicada*, 4º Ed., Editorial Paraninfo, Madrid, 1996.

BALTRUSAITIS, Jurgis, *Anamorphoses*, Paris, Flammarion, 1984.

BARRE, André e **FLOCON**, Albert, *La Perspective Curviligne – De l'espace visuel à l'image construite*, Paris, Flammarion, 1968.

BARTRINA, Lluís Villanueva, *Perspectiva lineal – Su Relación con la fotografía*, Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, 1996.

BONBON, Bernard S., *La Géométrie Sphérique Tridimensionnelle – Perspective Sphérique*, Paris, Eyrolles, 1985.

BURDEN, Ernest, *Architectural Delineation - A Photographic Approach to Presentation*, Nova Iorque, McGraw Hill, 1982.

CARNEIRO, Alberto, *Campo Sujeito e Representação no Ensino e na prática do Desenho/Projecto*, Porto, FAUP, 1995.

CHING, Francis D. K. e **JUROSZEK**, Steven P., *Dibujo y Proyecto*, Barcelona, ed. Gustavo Gilli, 1999.

CHING, Francis D. K., *Drawing – A creative process*, Nova Iorque., ed. Van Nostrand Reinhold, 1990.

COMAR, Philippe, *La Perspective en Jeu – Les Dessous de L'Image*, Paris, Découvertes Gallimard Sciences, 1992.

COMAS, Juan Font i, *Traçat de Perspectiva Curvilínea de Pantalla Cilíndrica mitjançant Sistemes Informàtics*, Barcelona, ETSAB, 1987.

CORREIA, José Vitor, "Curvilinear Perspective in CAAD", Proceedings of the 23rd eCAADe Conference, Lisbon, IST, 2005.

CORREIA, José Vitor e ROMÃO, Luís, "Extended Perspective System", Proceedings of the 25th eCAADe Conference, Frankfurt, FH Frankfurt, 2007.

CÔRTE-REAL, Eduardo, "Desenhar Direito por Linhas Tortas, a Linearidade como Base da operacionalidade da Geometria na Concepção", Comunicação editada no Documento de Apoio do Colóquio Geometria e Concepção, Lisboa, Faculdade de Arquitectura/UTL, 1999.

COSTA, Manuel Couceiro da, *Perspectiva e Arquitectura – uma expressão da inteligência no trabalho de concepção*, Dissertação de Doutoramento, Lisboa, Faculdade de Arquitectura, Universidade Técnica de Lisboa, 1992.

COSTA, Manuel Couceiro da, "*Perspectiva topológica - o conceito*", Boletim da Aproged, Porto, 2003.

DAMISH, Hubert, *L'Origine de la Perspective*, Paris, Flammarion, 1987.

DOBLIN, Jay, *Perspective – A New System for Designers*, Nova Iorque, Whitney Library of Design.

DOCCI, Mário e **MIGLIARI**, Riccardo, *Scienza della Rappresentazione - Fondamenti e Applicazioni della Geometria Descritiva*, Roma, La Nuova Italia Scientifica, 1992.

ELKINS, James, *The Poetics of perspective*, Ithaca and London, Cornell University Press, 1994.

ERNST, Bruno, *O espelho mágico de Maurits Cornelis Escher*, Berlin, Taschen, 1978.

EVANS, Robin, *The Projective Cast – The Architecture and Its Three Geometries*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 2000.

GÄNSHIRT, Christian, *Tools for Ideas – an Introduction to Architectural Design*, Basel-Boston-Berlin, Birkhäuser Verlag AG, 2007.

GASPAR, Joaquim Alves, *Cartas e Projecções Cartográficas*, Lisboa-Porto-Coimbra, Lidel – edições técnicas, 2000.

GIBSON, J. James, *The Perception of the Visual World*, Cambridge, MA, USA, The Riverside Press, 1950.

GOMBRICH, Ernst H., *Art and Illusion – A Study in the Psychology of Pictorial Representation*, Londres, Phaidon Press, 1996.

GOMBRICH, E. H., *The Image and the Eye - further studies in the psychology of pictorial representation*, London, Phaidon Press, 1999.

HARRIES, Karsten, *Infinity and Perspective*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 2001.

JANTZEN, Éric, *Traité Pratique de Perspective – De Photographie et de Dessin Appliqués à L'Architecture et au Paysage*, Paris, Éditions De la Villette / UPA 6 & Éric Jantzen, 1983.

KEMP, Martin, *The Science of Art – Optical themes in Western Art from Brunelleschi to Seurat*, New Haven and London, Yale University Press, 1990.

KUBOVY, Michael, *The Psychology of Perspective and Renaissance Art*, Cambridge, Cambridge University Press, 1986.

LAPUERTA, José Maria de, *El Croquis, Proyecto y Arquitectura*, Madrid, Celeste Ediciones, 1997.

MARIMON, Joaquim Regot, *Perspectiva Curvilínea de Pantalla Esférica*, Barcelona, ETSAB, 1985.

MASSIRONI, Manfredo, *Ver pelo Desenho, aspectos técnicos, cognitivos e comunicativos*, Lisboa, Edições 70, 1996.

MILMAN, Miriam, *Le Trompe l'Oeil*, Genève, Skira, 1982.

MITCHELL, William John, *The Reconfigured Eye*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1998.

NANNONI, Dante, *Geometria Prospettiva Progetto – il disegno per la scuola media superiore*, Bologna, Capelli Editore, Febbraio 1992.

PANOFSKY, Erwin, *A Perspectiva como Forma Simbólica*, Lisboa, Edições 70, 1993.

PARAREDA, Guillermo Yañez, *La perspectiva curvilínea en la arquitectura*, Madrid, 1983.

PERES, Michael R. (Editor), *Focal Encyclopedia of Photography*, Oxford, 4ª Ed., Focal Press, Elsevier, 2007.

PIRENNE, Maurice Henri, *Optics Painting & Photography*, Cambridge, Cambridge University Press, 1970.

POZO, José Manuel, *Geometria para la Arquitectura – Conceção Y Prática*, Pamplona, T6 Ediciones, 2002.

QUINTANILHA, Enrique Martinez, *Perspectiva Curvilínea de Pantalla Cilíndrica*, Barcelona, ETSAB, 1983.

ROBBINS, Edward, *Why Architects Draw*, Cambridge, Massachusetts, MIT Press, 1997.

RUIZ, Juan Cordero, *Visión y Representación Curvilínea del Espacio*, Sevilla, Arts & Press, 1994.

SPENCER, Jorge, “Aspectos Heurísticos dos Desenhos de Estudo no Processo de Conceção em Arquitectura”, Dissertação para Doutoramento em Arquitectura pela FAUTL, 2000.

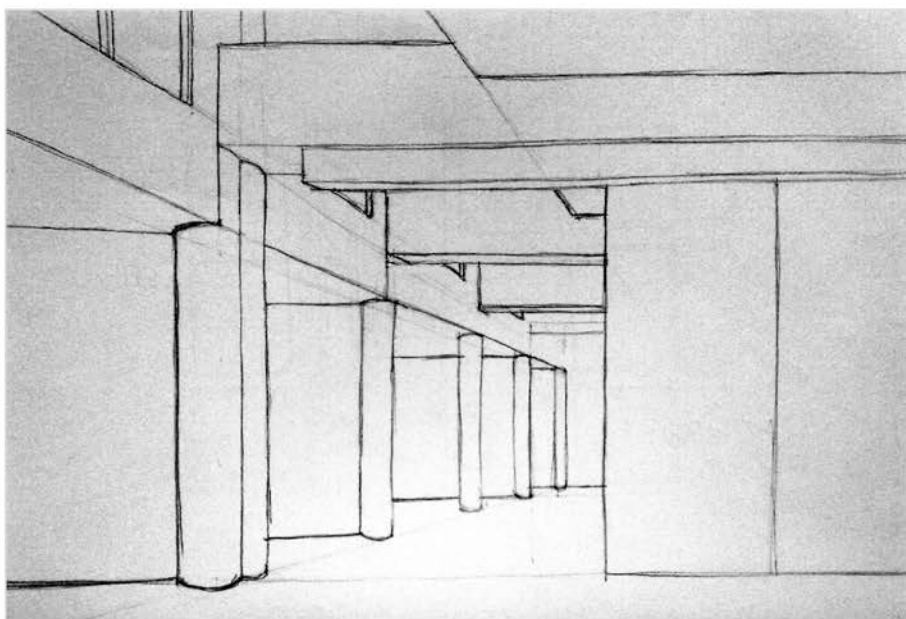
WÖLFFLIN, Heinrich, *Conceitos Fundamentais da História da Arte*, São Paulo, Livraria Martins Fontes Editora, 2000.

WRIGHT, Lawrence, *Perspective in Perspective*, Londres, Routledge / Kegan Paul, 1983.

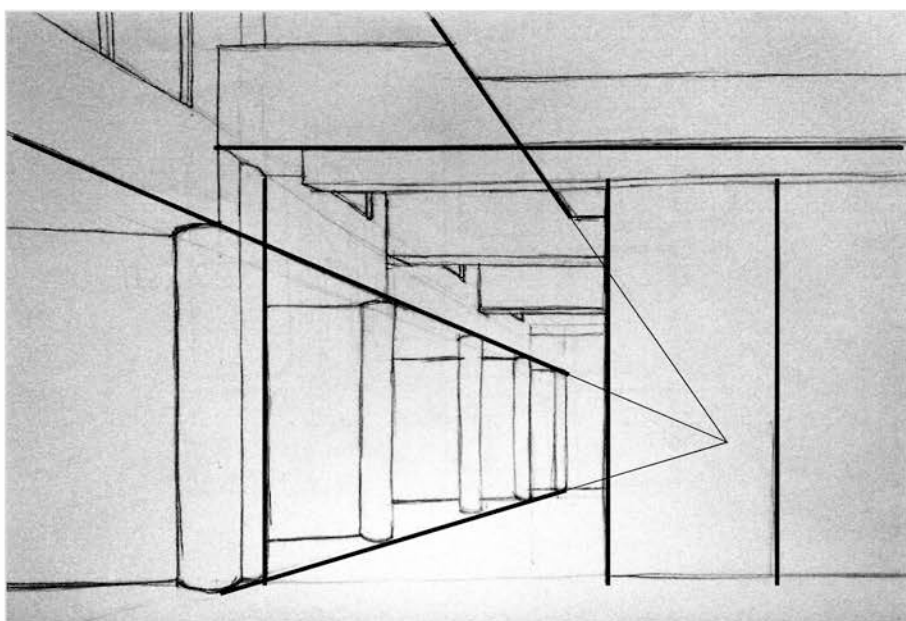
XAVIER, João Pedro, *Perspectiva, Perspectiva acelerada e Contraperspectiva*, Porto, FAUP, 1997.

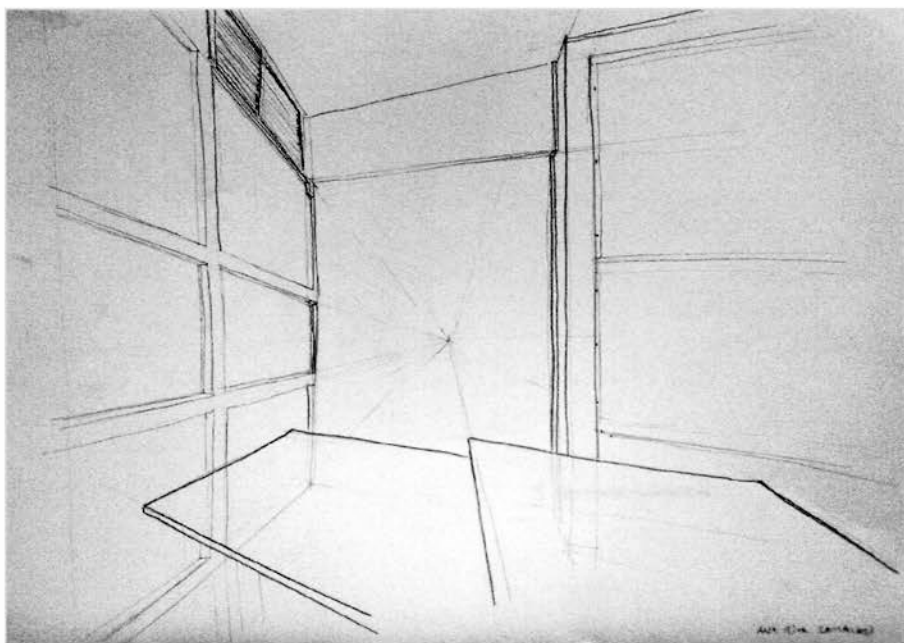
Pesquisa experimental

Amostragem completa dos registos recolhidos em portfólios de Desenho, com a análise gráfica das estruturas subjacentes (rectilínea ou curvilínea). Apresentam-se os desenhos individualmente, por página, permitindo nesta dimensão a observação das suas qualidades intrínsecas, correlacionadas com as categorias estruturais verificadas.

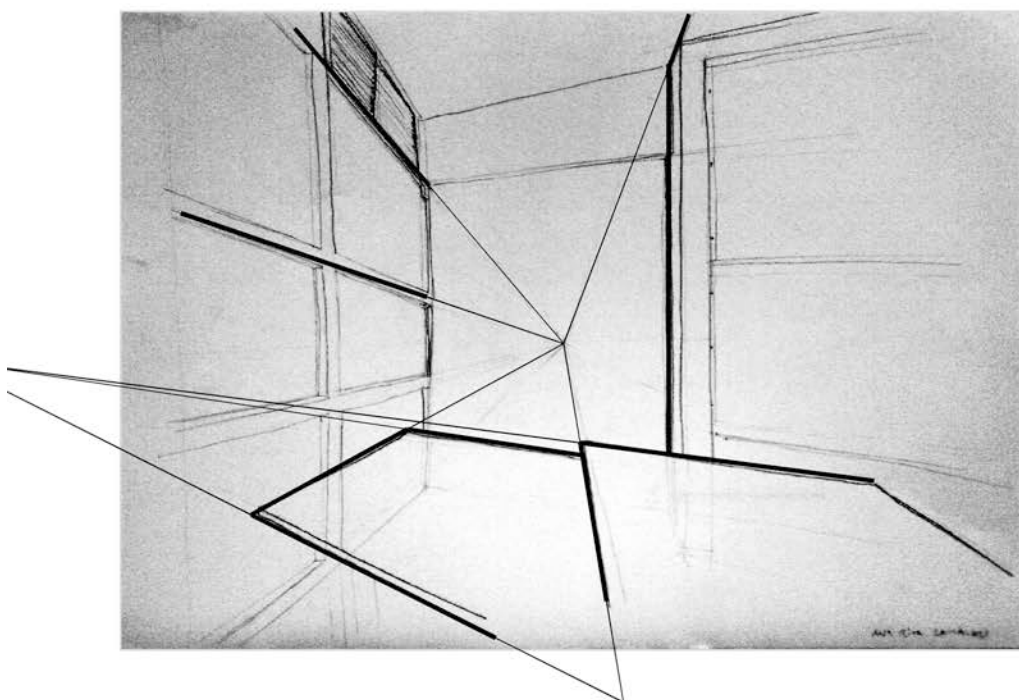


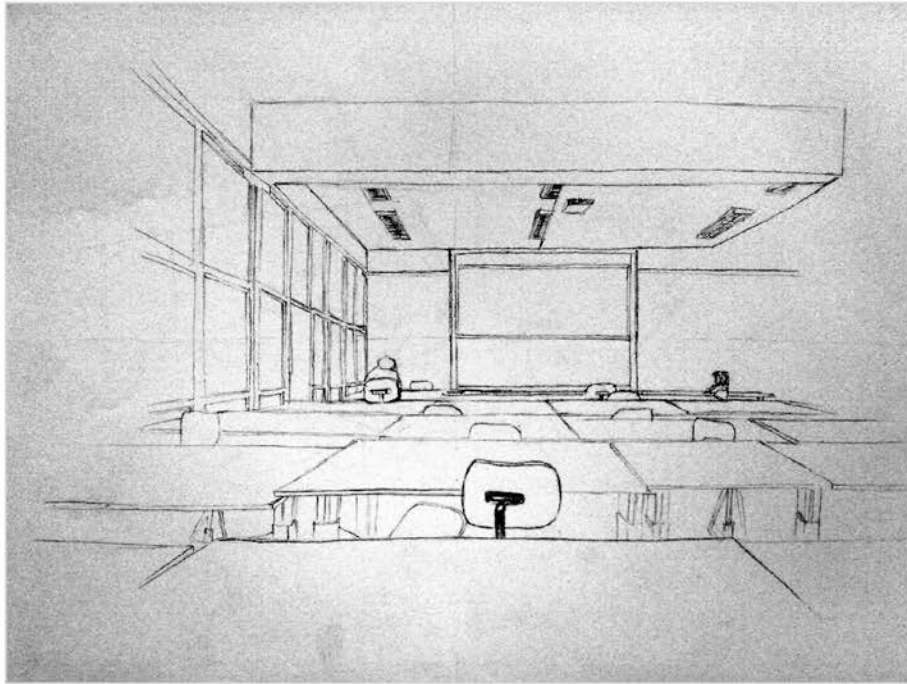
Desenho 01 - estrutura subjacente rectilínea



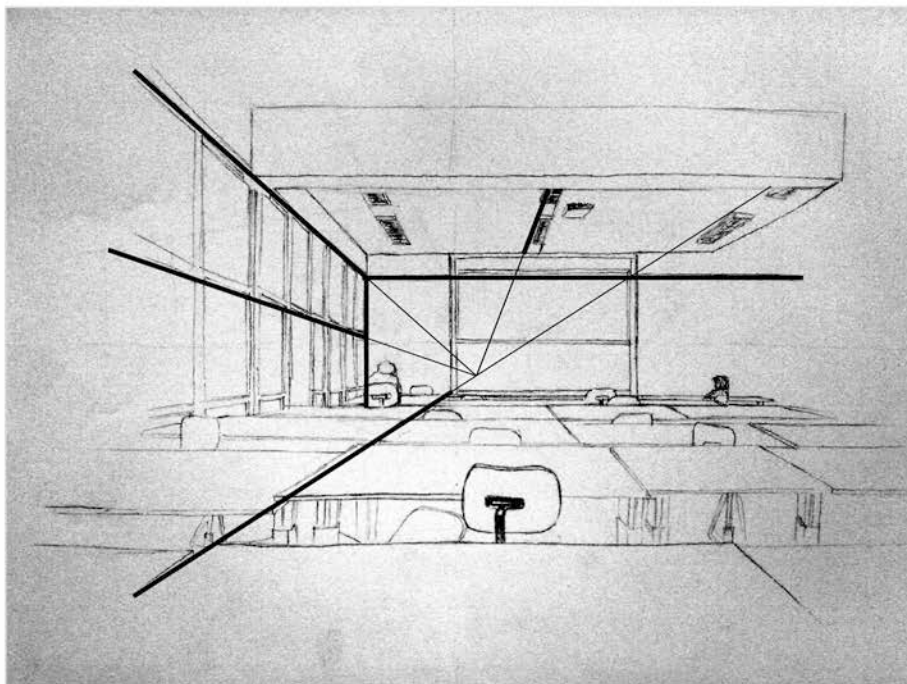


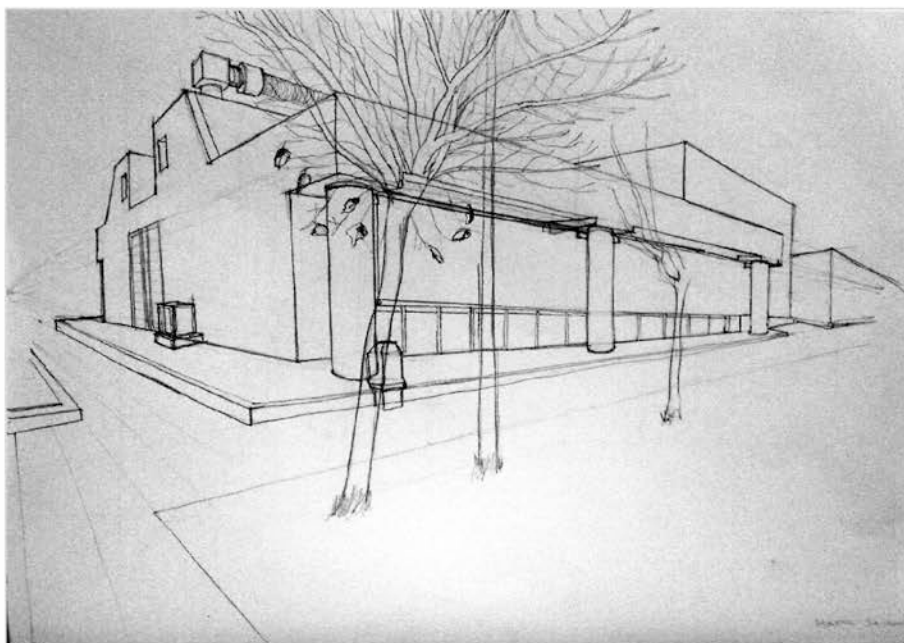
Desenho 02 - estrutura subjacente retilínea



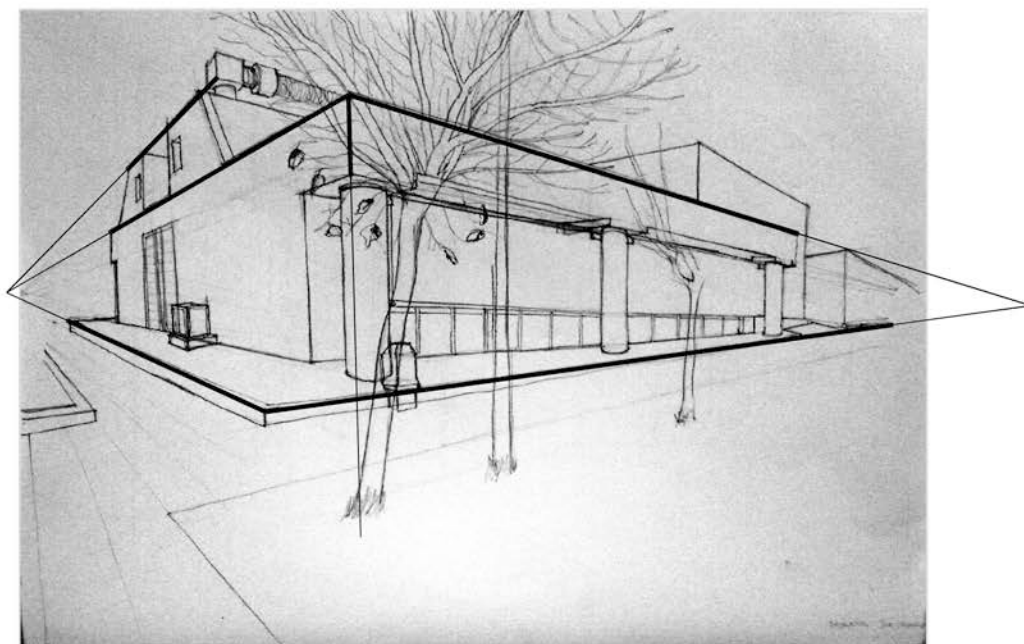


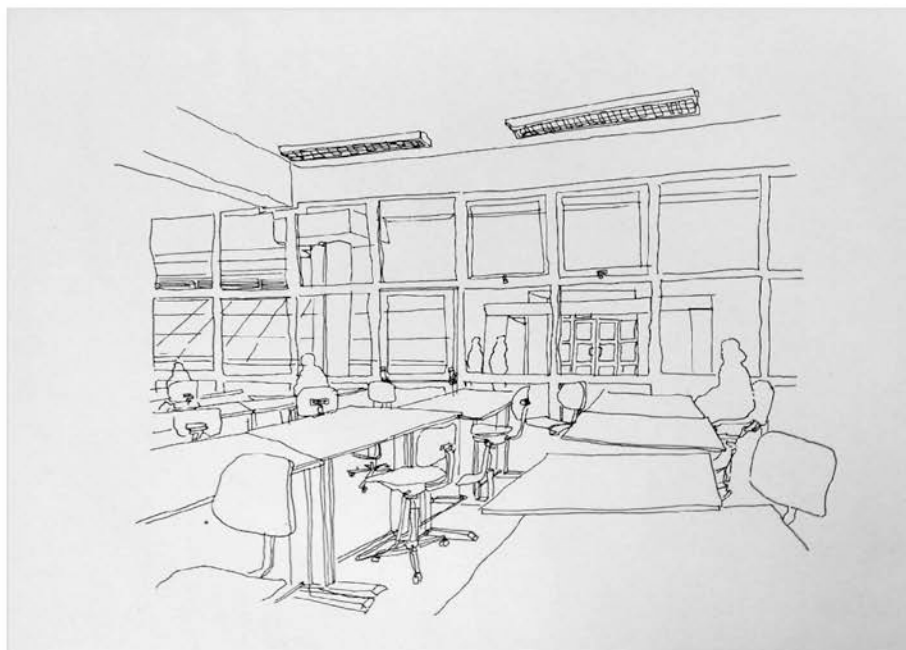
Desenho 03 - estrutura subjacente retilínea



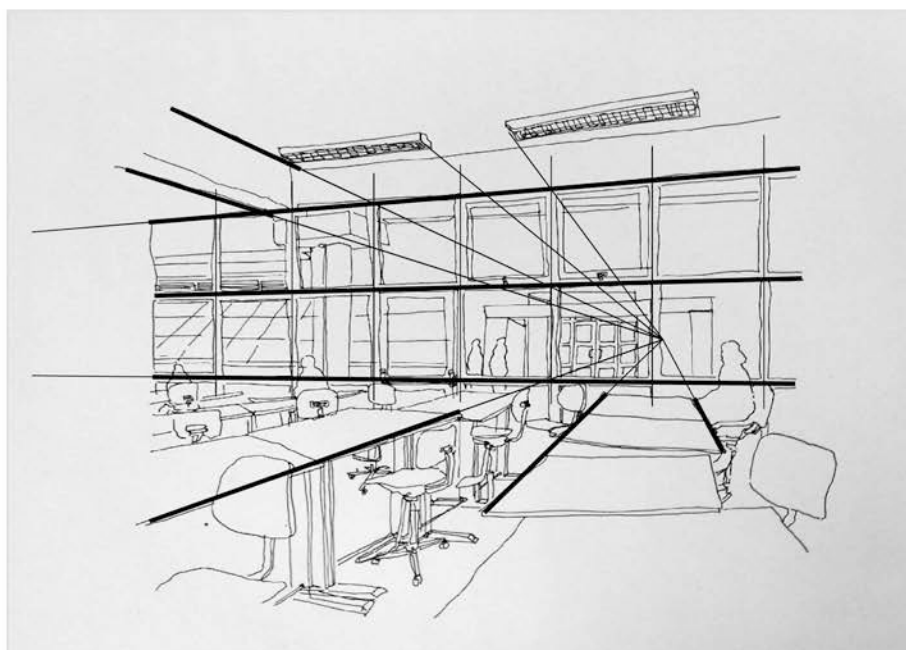


Desenho 04 - estrutura subjacente retilínea



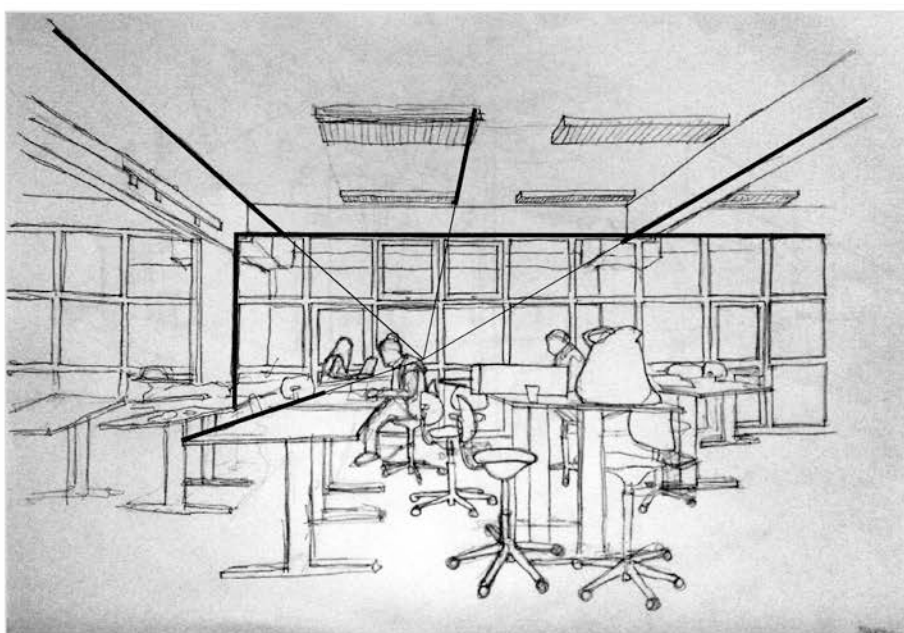


Desenho 05 - estrutura subjacente rectilínea



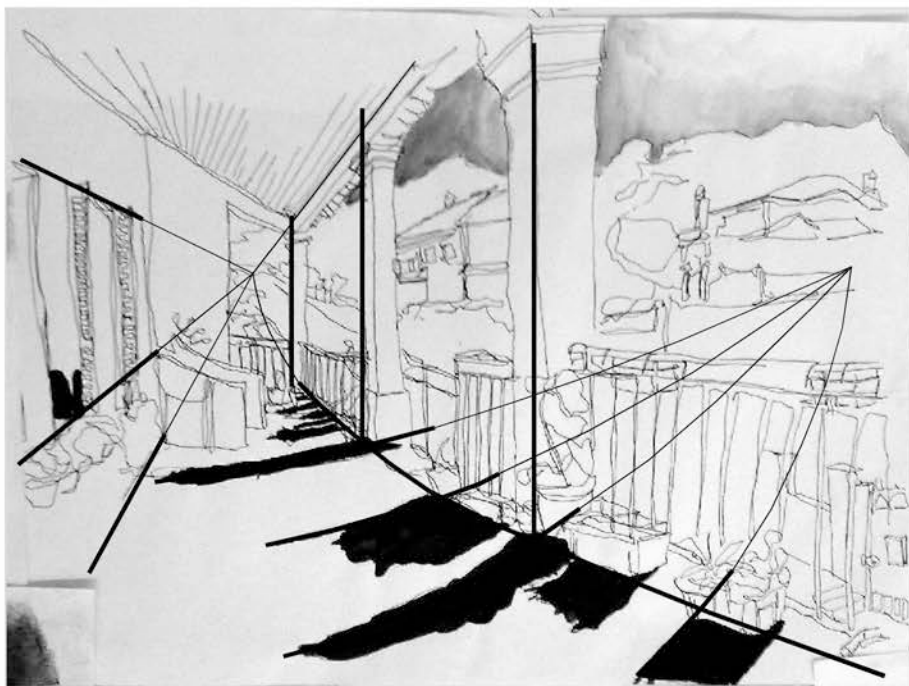


Desenho 06 - estrutura subjacente retilínea



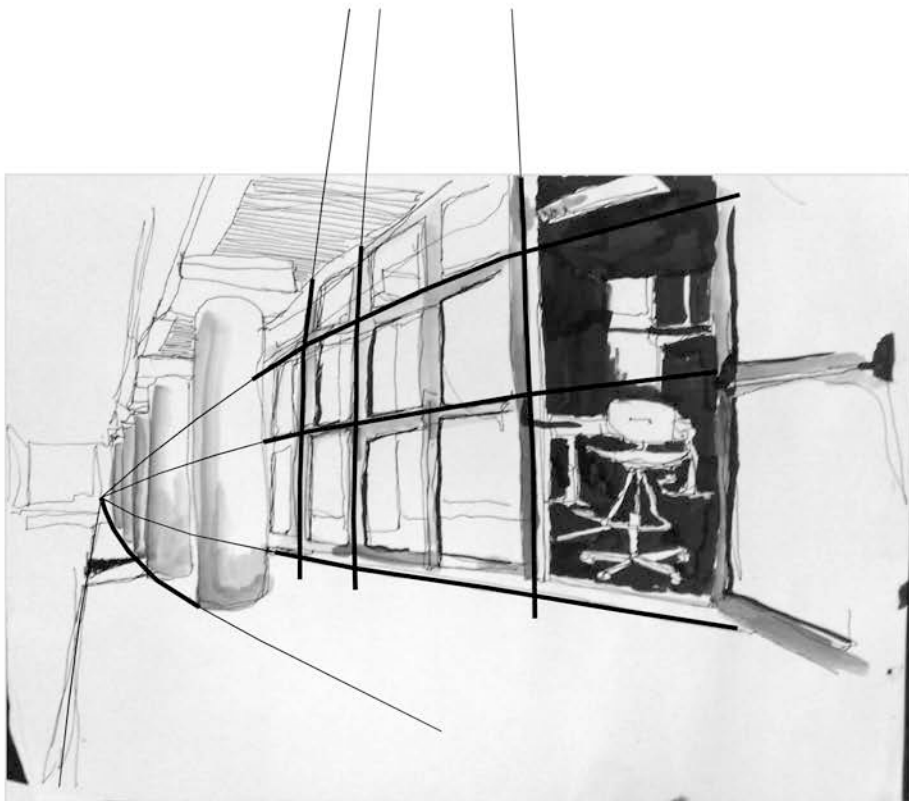


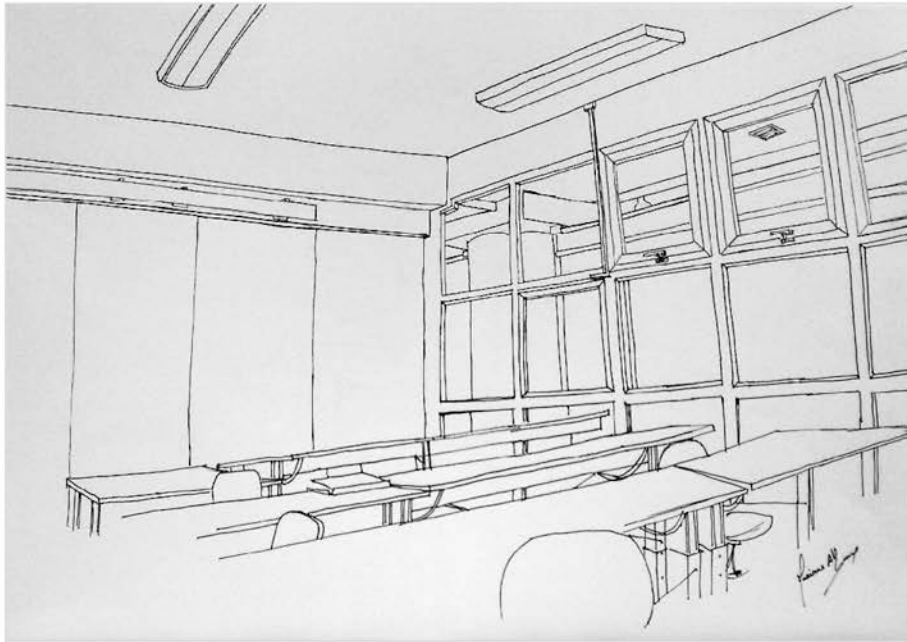
Desenho 07 - estrutura subjacente curvilínea



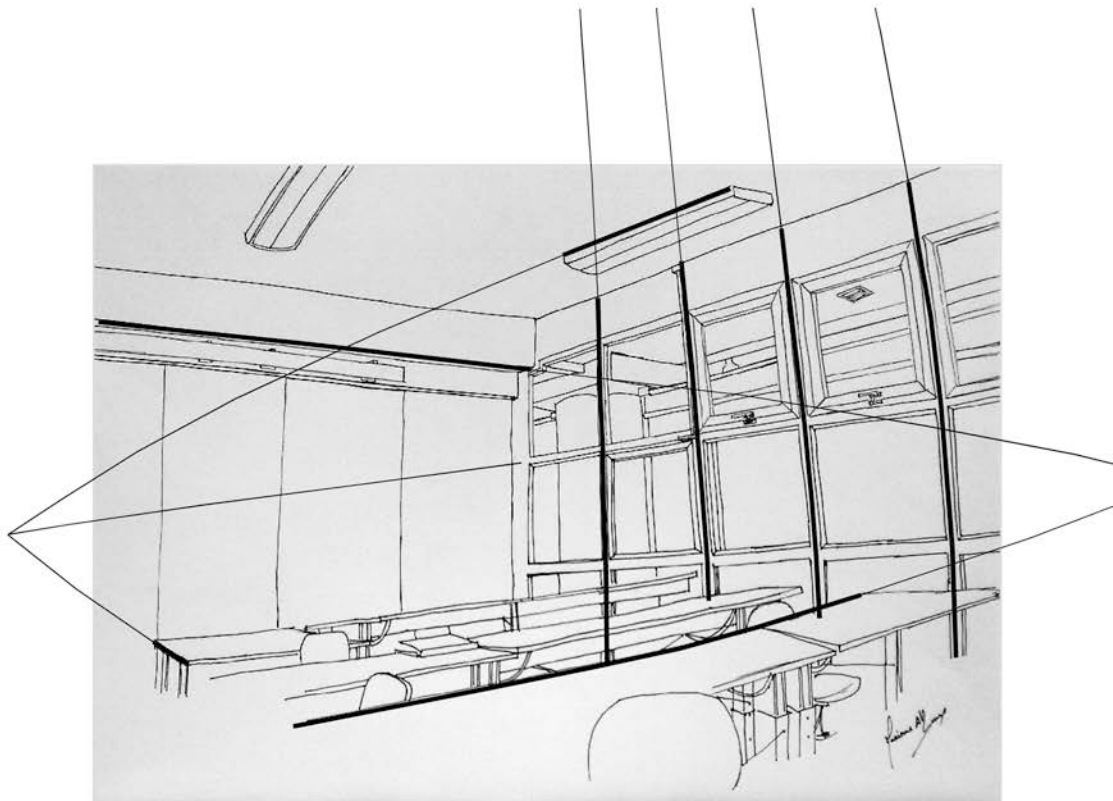


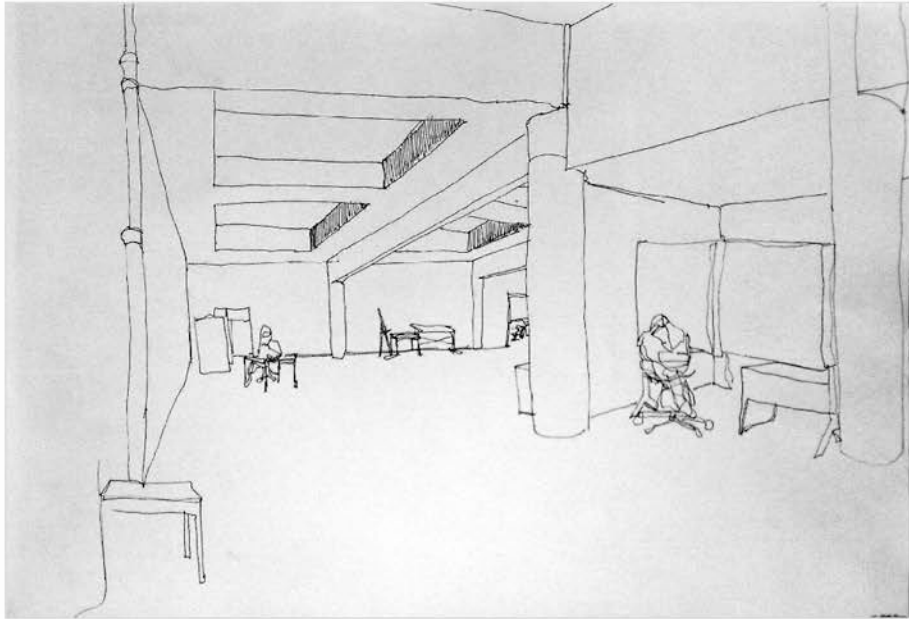
Desenho 08 - estrutura subjacente curvilínea



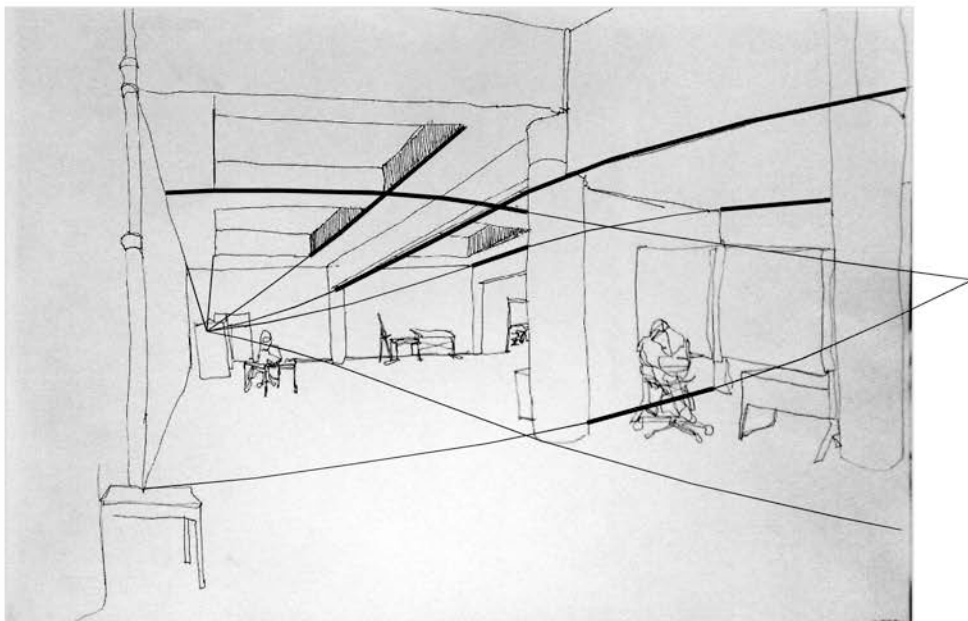


Desenho 09 - estrutura subjacente curvilínea



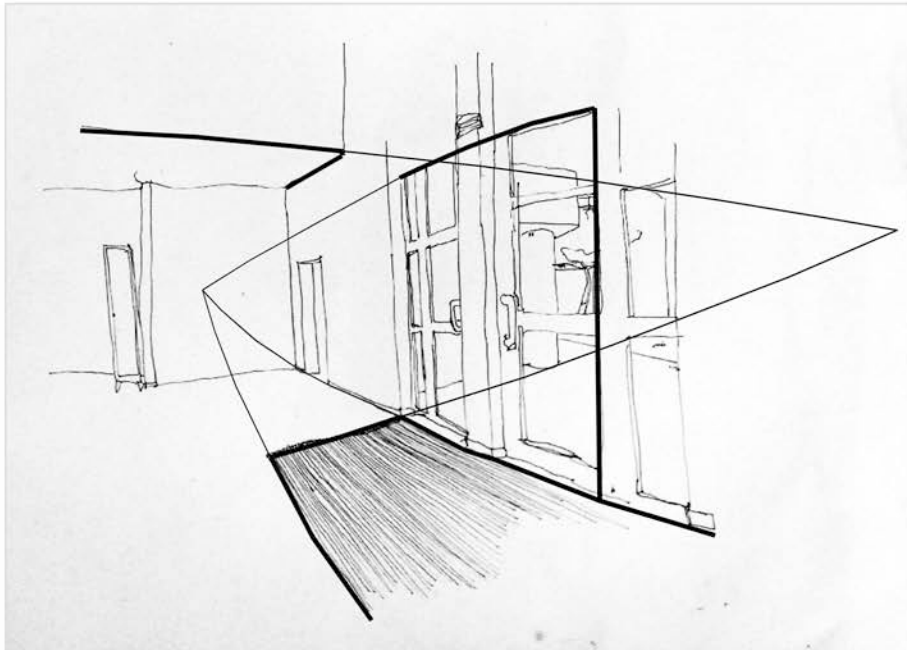


Desenho 10 - estrutura subjacente curvilínea



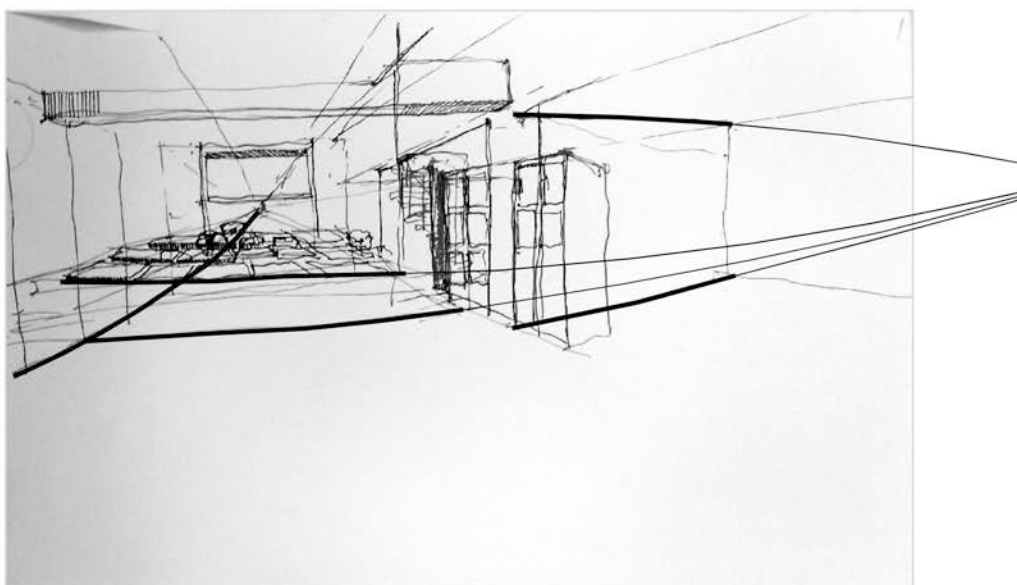


Desenho 11 - estrutura subjacente curvilínea



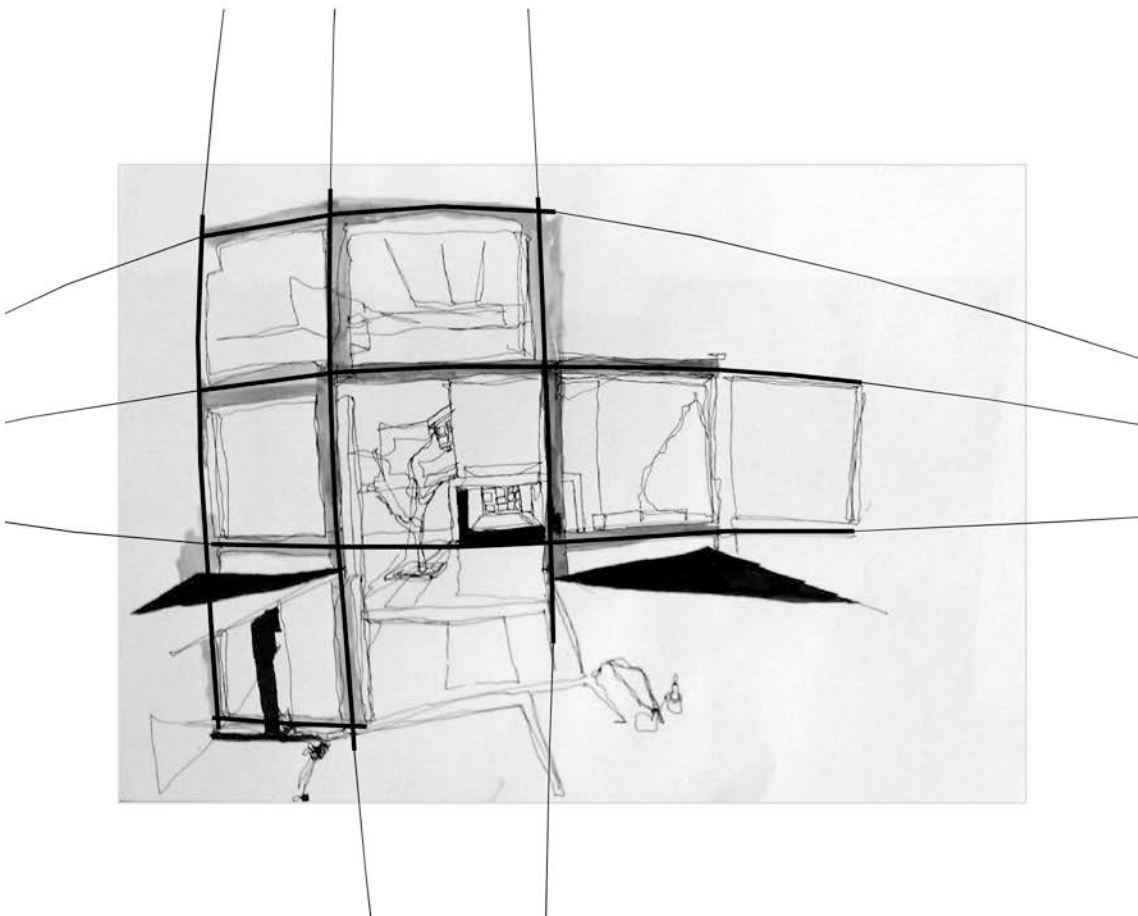


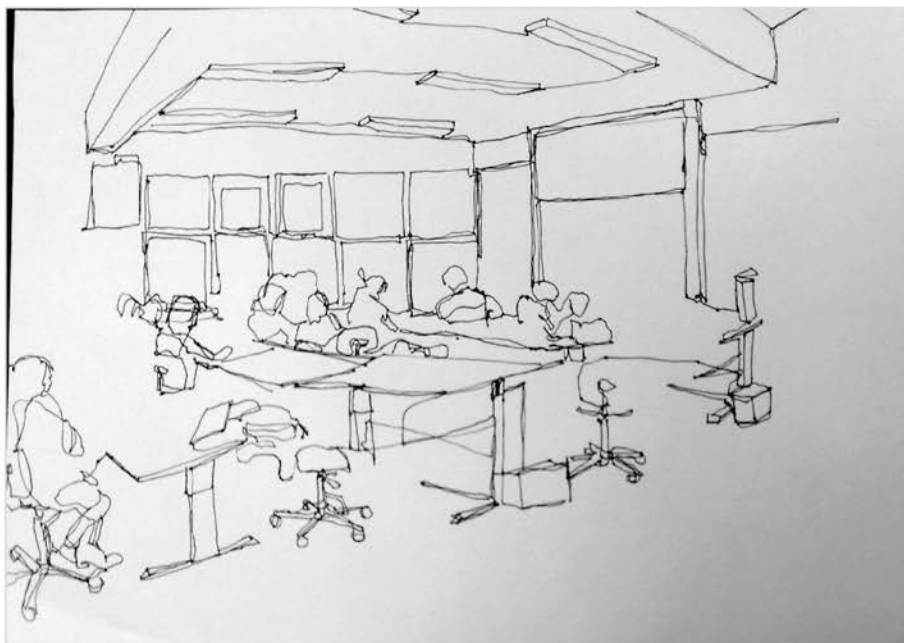
Desenho 12 - estrutura subjacente curvilínea



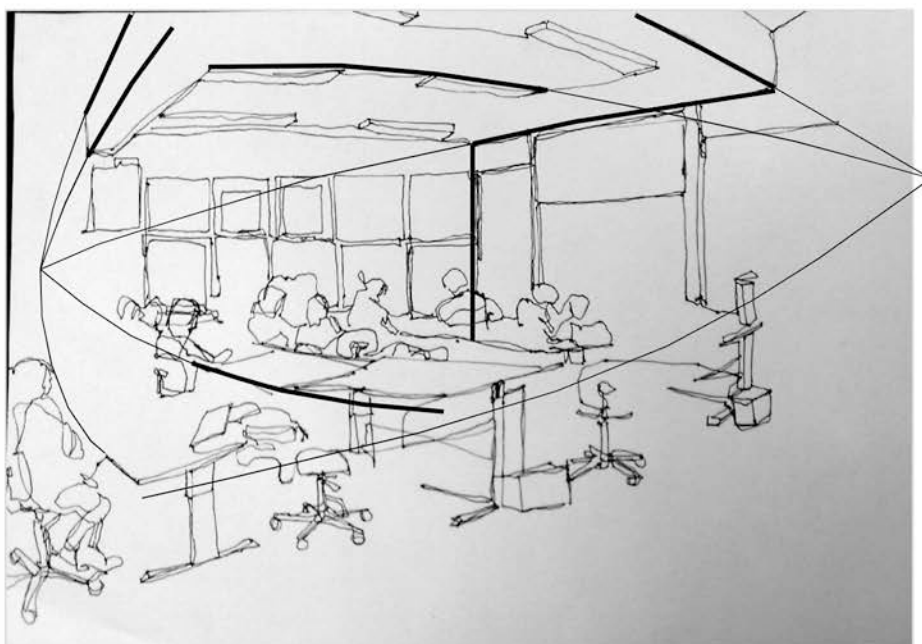


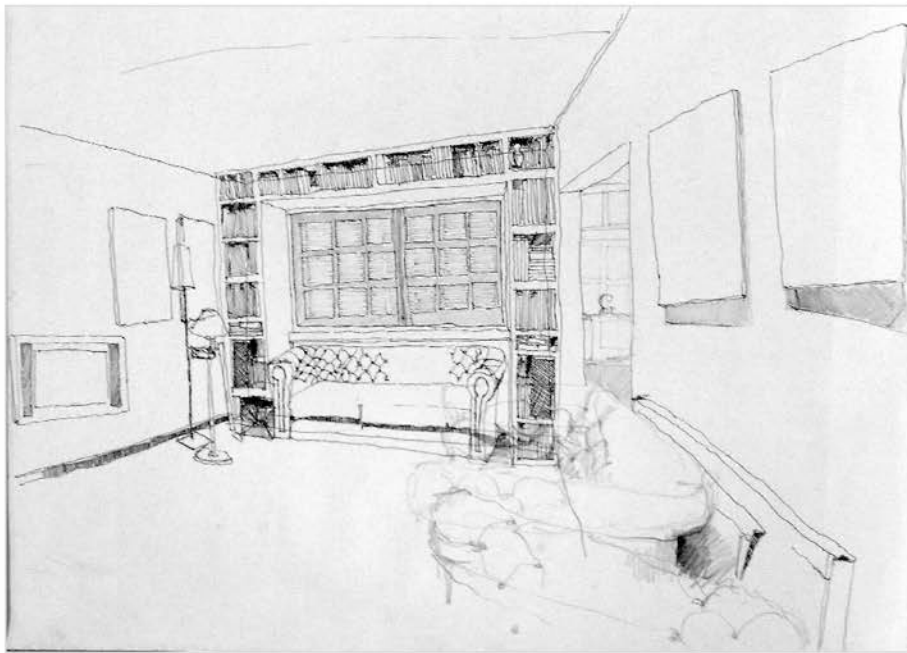
Desenho 13 - estrutura subjacente curvilínea



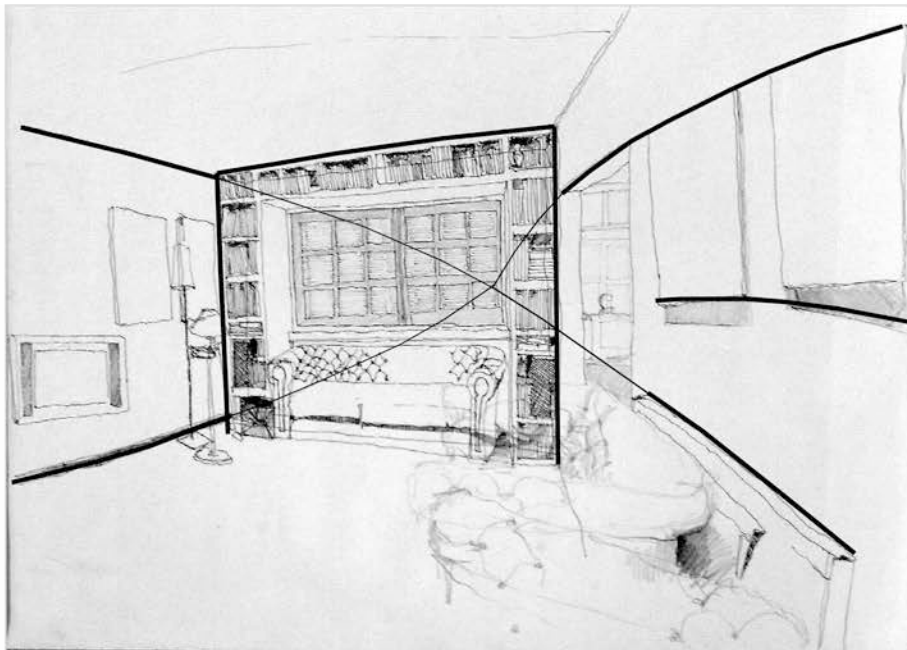


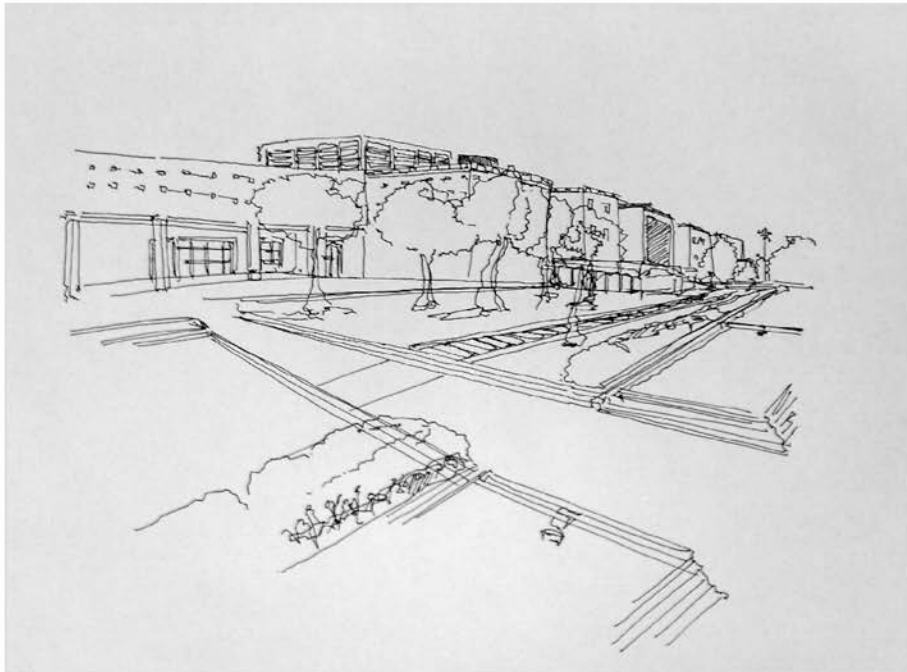
Desenho 14 - estrutura subjacente curvilínea



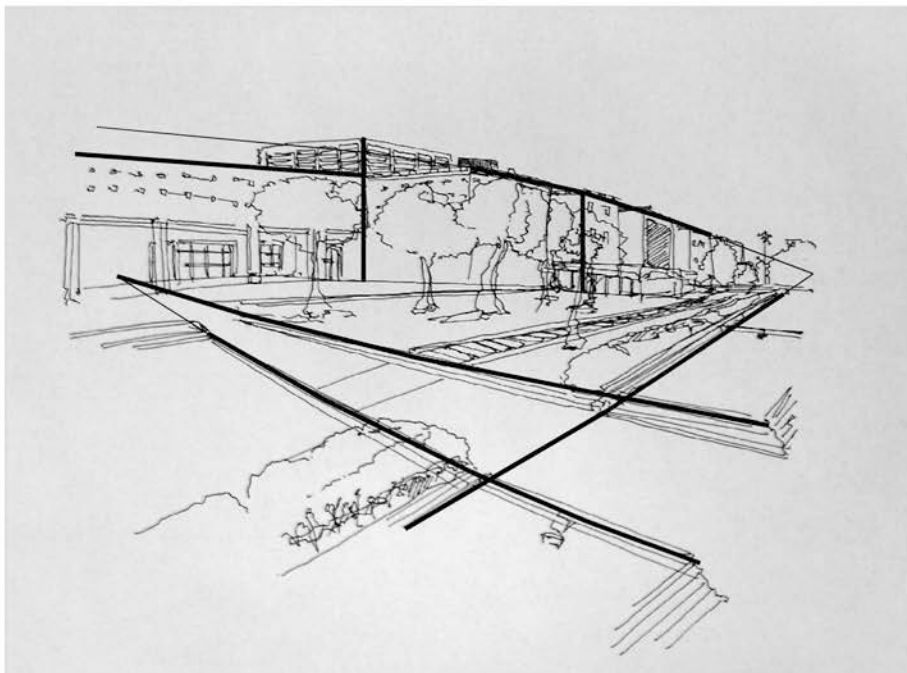


Desenho 15 - estrutura subjacente curvilínea





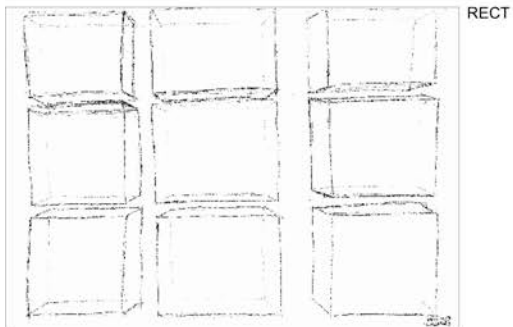
Desenho 16- estrutura subjacente curvilínea



Pesquisa experimental

Amostragem completa dos registos efectuados na sessão de desenho dedicada, organizados por aluno e pela situação de observação C1 e C2, e classificados pela tipologia de resposta: RECT, FRAG ou CURV.

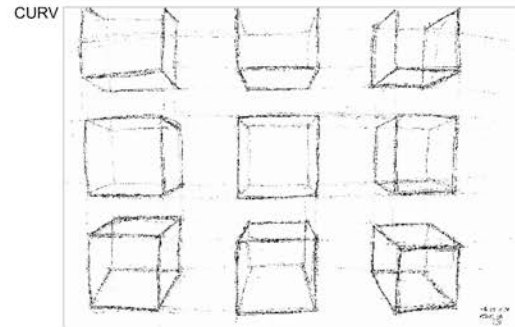
respostas C1



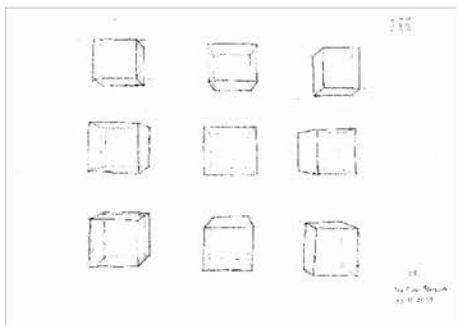
RECT

aluno
01

respostas C2

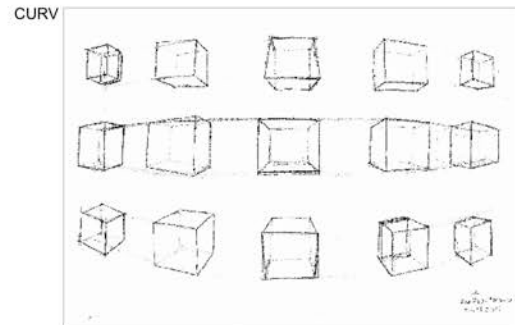


CURV

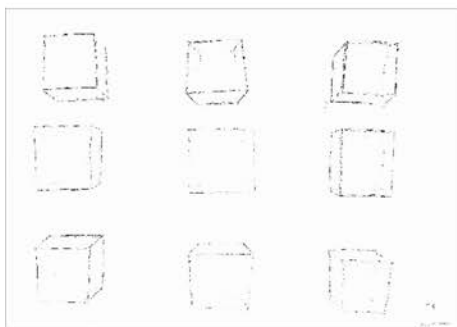


RECT

aluno
02

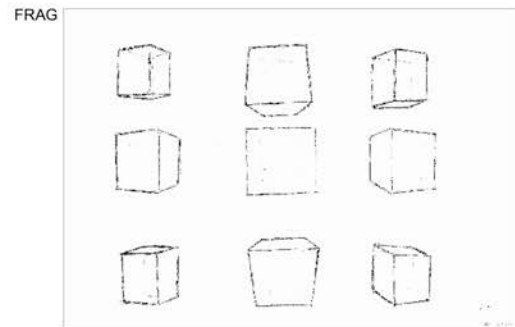


CURV

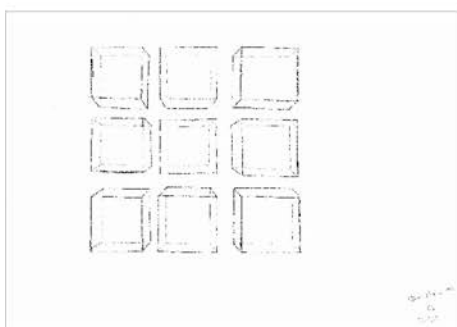


RECT

aluno
03

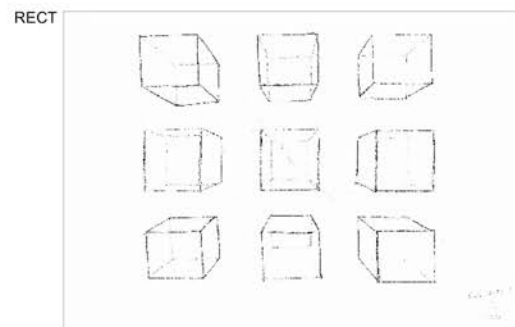


FRAG



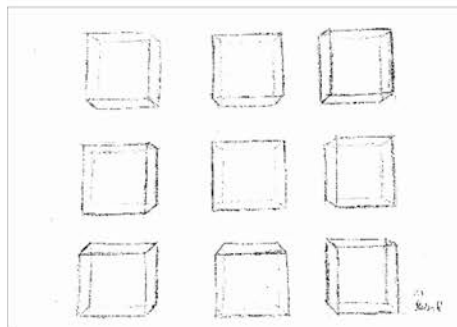
RECT

aluno
04



RECT

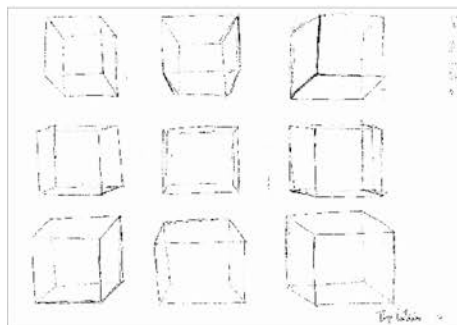
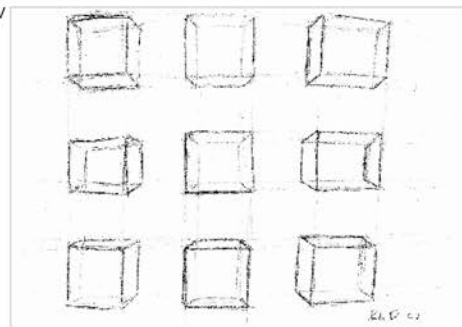
respostas C1



RECT

aluno
05

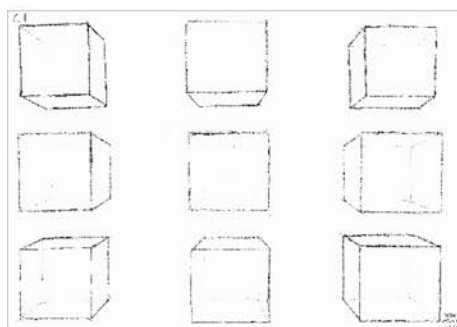
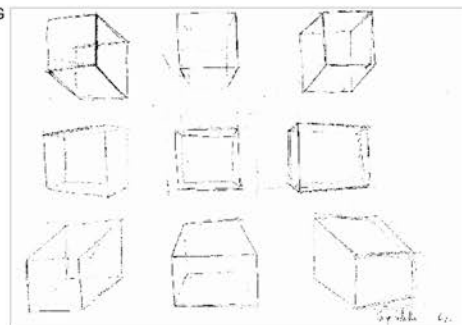
CURV



RECT

aluno
06

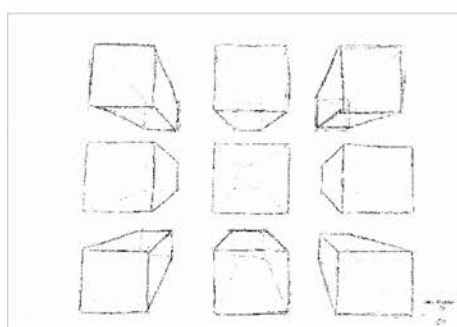
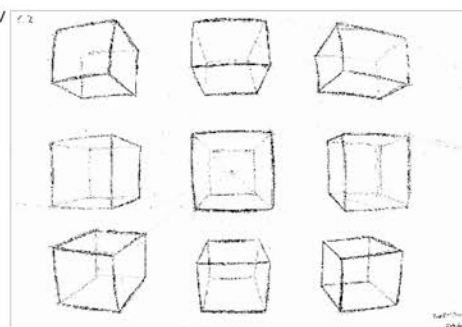
FRAG



RECT

aluno
07

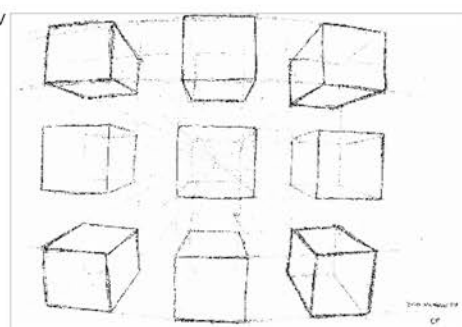
CURV



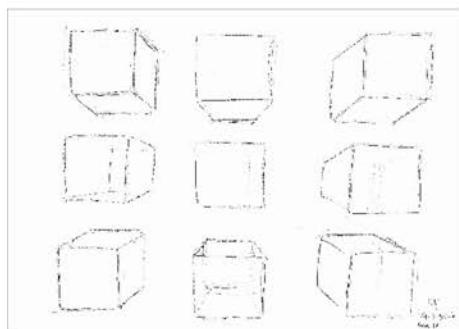
RECT

aluno
08

CURV



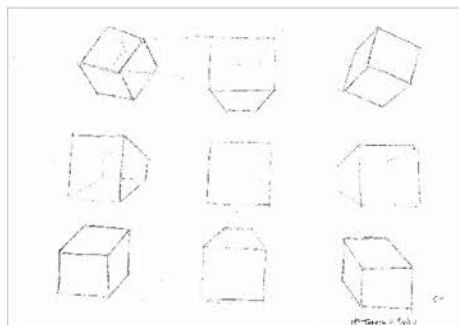
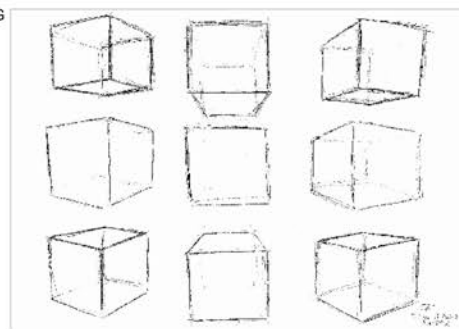
respostas C1



RECT

aluno
09

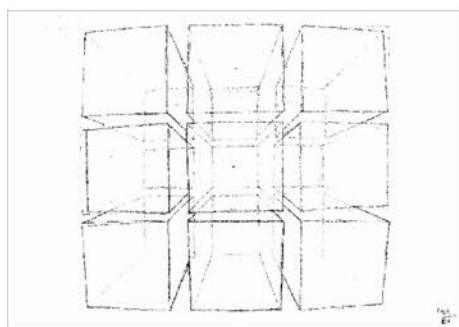
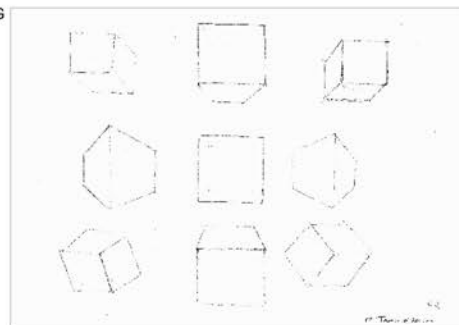
FRAG



FRAG

aluno
10

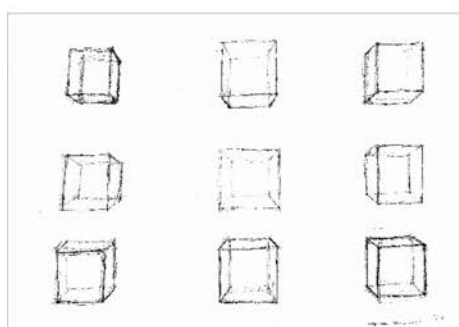
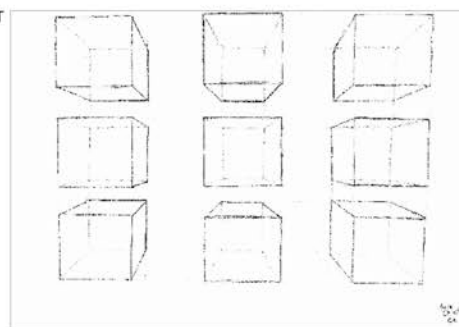
FRAG



CURV

aluno
11

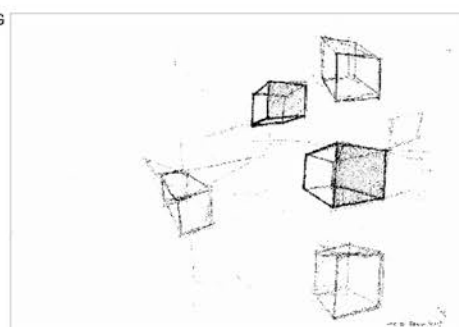
RECT



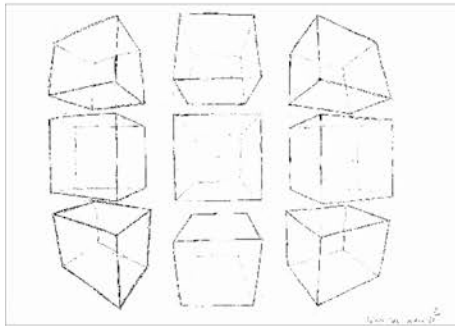
RECT

aluno
12

FRAG



respostas C1

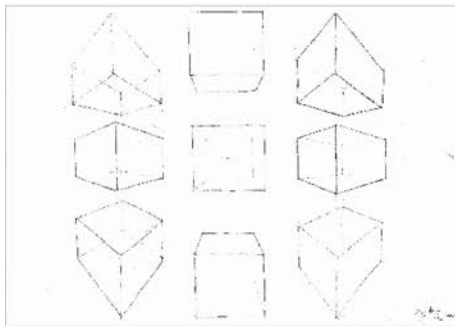
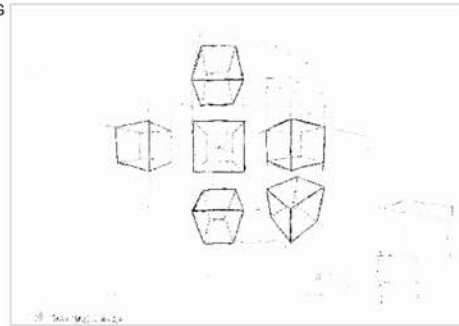


FRAG

aluno
13

respostas C2

FRAG



FRAG

aluno
14



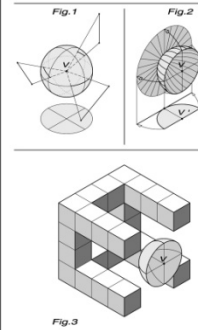
Poster

Apresentado na Conferência internacional eCAADe23, em Lisboa, Set.2005.

"Curvilinear Perspective in CAAD"Correia, Vítor - correia@is.utl.pt
Faculty of Architecture, Technical University of Lisbon**1 - Introduction**

This study is rooted in Barre and Flocon's theorization on the use of a spherical surface as the most adequate means to achieve an accurate graphical representation of visual perception of lines and shapes, distributed in space surrounding a viewer.

Surpassing the usual scope of analysis, which opposes classical and curvilinear perspective as divergent systems, the study develops a comparison that emphasizes their complementary value. In addition, it sustains that both can be, actually, two states of the same conceptual build, more able to deal with the needs of graphical representation of architectural issues and which application is particularly pertinent in caad.



The essential idea of "La Perspective Curviligne" is the choice of the sphere for projection surface, which is centered on the viewer's location (V). Subsequently, the intersections of visual rays with the sphere surface should be the legitimate representatives of points in space.

The consistency of the argument is undeniable: since visual dimension of a straight-line segment is a variable depending on its real length, direction in space and distance from standpoint, it is correctly figured by the value of the angle defined by the two visual rays directed to the segment endpoints.

Notably, this value is inherent to the arc (field on the spherical surface) that represents the straight-line segment (fig. 1).

The emerging problem is that a spherical surface is not developable, being the graphical work on flat surfaces a practical imperative. Therefore, we must select a procedure to transfer the graphical information set on the spherical surface (resulting from projection) to the representation plane, with the least possible data distortion.

Projective transfer generates classical perspective, with well-known length distortions.

Analytical transfer (fig. 2) generates curvilinear perspective, with curve distortion of straight-lines.

For the representation of object A (fig. 3), the match between classical and curvilinear perspective is somehow inconclusive:

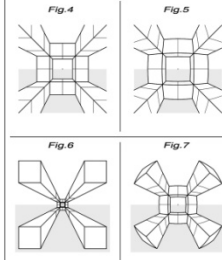
With a relatively narrow field-of-view (figs. 4 and 5), we would certainly choose classical perspective as more adequate.

With a wider field-of-view (figs. 6 and 7), aiming the representation of the entire object, the choice is not clear-cut.

Classical perspective keeps object straight-lines as graphical straight-lines, but eludes object inherent proportions.

Curvilinear perspective mostly keeps the proportions, but presents curvatures that are a little odd for visual perception, despite the fact that we may not perceive them as meaning curved edges.

² Barre, André and Flocon, Albert - La perspective curviligne, de l'espace visuel à l'image construite - Flammarion, Paris, 1988

**2 - Study Development**

The study would then adopt a different scope for the comparison of perspective systems, proposing a conceptual approach that turns them compatible with each other.

In fact, with some change on its practical basis, the perspective system can embrace both classical and curvilinear versions, thus becoming more useful for representation in architectural design.

We used object B (fig. 8), characterized by some spatiality and within which the viewpoint V and the target point T are located (fig. 9).

Spherical projection surface S and representation plane P locations are shown, as well.

The resulting representations, for a wide field-of-view (180°) are shown in figures 10 and 11.

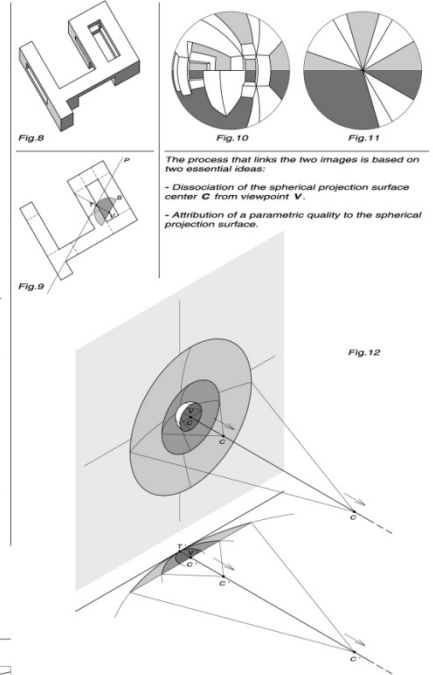
Curvilinear perspective (fig. 10) is understandable, but full of curved lines.

Classical perspective (fig. 11) is speechless about object B, although being represented therein keeping the geometric character (straightness) of its edges.

Both representations are correct and contain the same information.

Simply, in the classical perspective the information is not readable since distorted elements fulfill most of the image area.

The significant disparity between the two images relies on the fact that they are the extremes of a dynamic process that turns one into another and vice-versa.

**Table 1**

In detail (fig. 12):

Maintaining the locations of viewpoint V and target point T, the hemisphere is up-scaled (scaling center in target point T) and sliced by the viewpoint frontal-plane, becoming a spherical cap, with radius r equal to: distance $TV + \text{distance } VC$.

This means that center point C is moving backwards along the visual axis.

As radius r increases, the spherical cap becomes wider, gradually approaching a planar surface. When radius r becomes infinite, the spherical cap becomes the planar surface (representation plane), which can also be described as a spherical surface with an infinite radius.

Along the dynamic change of radius r , the different states of the projection surface are topological relatives, just as are:

The different states of projections set on each of them. The different states of graphical constructions (perspectives) set on the representation plane.

Any perspective state can be transformed into any other by variation of the parameter "radius".

The next step of this study was the production of a set of representations, considering different states of the projection surface and different values for horizontal field-of-view. Resulting images were cropped to the conventional 35mm frame and disposed in table 1.

The images comparison shall be made:

By lines - meaning four steps in the projection surface scaling.

By columns - meaning seven steps in the field-of-view angle variation.

Down column 1, the image changes gradually, reaching an odd "fish-eye"-like appearance at the bottom.

Down column 4, remarkable changes happen when going over around 150° field-of-view angle, with much increased length distortions, thus compromising object recognition.

Down columns 2 and 3, we see hybrid behaviors on the images, showing less curvature and less length distortions than seen in previous columns.

So, in this case, neither classical perspective nor hemisphere based curvilinear perspective seem to be the best choice, for the representation purposes.

Generally, when seeking a wide field-of-view and depending on the object configuration and visualization needs, the most convenient image shall then be selected amongst middle frames, combining qualities of both classical and curvilinear perspective systems and best filling the purpose of the representation: efficient recognition of the represented object.

The consequence of this study proposal would be the addition of the parameter "Radius" to that group of variables. The dynamic change of radius value would then produce real-time variations on the image, allowing the search for the best representation, in each case.

The fact that curvilinear perspective is rarely used may be due to the laborious character of its graphical constructions. However, the capability of computer systems to manage large amounts of information makes that problem a minor one.

More over, the study results clearly suggest an added effectiveness of the curvilinear system in architectural representation.

The implementation of this proposal in caad would allow further testing with architectural objects and revealing of the system capabilities.

Perspective representations are produced, in caad, from 3D models, by defining a few variables:

Viewpoint location, Target point location, Distance parameter, Zoom parameter.

The consequence of this study proposal would be the addition of the parameter "Radius" to that group of variables. The dynamic change of radius value would then produce real-time variations on the image, allowing the search for the best representation, in each case.

The fact that curvilinear perspective is rarely used may be due to the laborious character of its graphical constructions. However, the capability of computer systems to manage large amounts of information makes that problem a minor one.

More over, the study results clearly suggest an added effectiveness of the curvilinear system in architectural representation.

The implementation of this proposal in caad would allow further testing with architectural objects and revealing of the system capabilities.

Paper

Apresentado na Conferência internacional eCAADe25, em Frankfurt, Set.2007.

Extended Perspective System

José Correia, Luís Romão

Faculty of Architecture, Technical University of Lisbon, Portugal

Abstract. This paper presents a new system of graphical representation, which has been given a provisional name: Extended Perspective System - EPS. It results from a systemic approach to the issue of perspective, sustained by several years of academic research and pedagogical experience with architecture students. The EPS aims to be a global and unified perspective system, gathering the current autonomous perspective systems and turning them into particular states of a broader conceptual framework. Through the use of in-built specific operations, which become particularly effective in a computational environment, the EPS creates and contains an unlimited set of in-between new states, which can also be considered legitimate and particular perspective systems. Considerations of its potential role in architectural descriptive drawing are discussed.

Keywords. Linear perspective; curvilinear perspective; graphical representation; conceptual drawing; visual perception.

Introduction

EPS analysis and evaluation are the main issues of an ongoing Ph.D. research, which early progresses have been already the subject of a poster presentation (Correia, 2005), available at the web (home.faa.utl.pt/~correia/curv_persp_caad.pdf). Since then, this system has been conceptually improved and is now ready to give rise to a computational implementation, as result of a team project in a collaborative academic context. Priority is being given to the field of architectural drawing, due to one of the major virtues of the EPS: an ability to improve the representation of space and objects within large fields-of-view.

Architectural descriptive representation, from conceptual drawings to final presentation depictions, is supported on geometric systems that mainly address, alternately, the visual appearance or the shape identity of objects, namely: perspective, axonometric and orthogonal views. These systems are the visible expression of the structuring role of geometry over representational drawing, and the success of an architect's drawing strongly depends on their adequate and complementary application.

In this paper, it will be considered the geometric structure that supports drawing when it aims to be a graphical simulation of the direct visual experience: the perspective. If we take "visual experience" in a broad sense: not only as the result of a momentary gazing but, furthermore, as the product of a dynamic visual perception and also as visually based cognition, the notion of perspective will have to be more inclusive, as well. It has to gather the dominant classical linear perspective with the alternative curvilinear perspective systems, each one with specific capabilities.

Learning and lecturing different perspective systems reveal the conceptual similarities and the noticeable relationships between their diverse graphical results. Consequently, a formulation of a single unified perspective system can be conjectured. Thus, a research work envisaging that goal and consisting on a systemic approach and review of the conceptual basis of perspective, gave rise to a new theoretical framework, by which all possible perspective representations of an object can potentially be generated.

In the following sections, referential ideas to the formulation of EPS and its geometric description will be addressed. At the end of the paper, some possible global and specific repercussions of the EPS in the domain of architectural drawing will be discussed.

The Framing of the EPS

Firstly, it is important to define some terms and clarify correspondent concepts that are used in this text. *Linear perspective* refers to the linear component of pictorial perspective, not the straightness of projection rays: these will be always considered as straight lines, diverging from a central point (standpoint or viewer location - V). *Planar perspective* refers to the classical linear perspective, where a planar surface (picture plane) is used to support projection and drawing. *Cylindrical perspective* also refers to linear perspective but using a viewer centered cylindrical surface for projection surface, which is then unfolded to the picture plane. *Spherical perspective* also refers to the linear perspective but using a viewer centered spherical surface for projection surface, which is then transferred to the picture plane. Generally, in planar, cylindrical and spherical perspectives, a straight line in space is respectively represented by: a straight line, a sinusoidal line and a circumferential line. These three systems have counterparts in the domain of photographic imagery: the reliability of planar perspective is confirmed and reinforced by widespread common photography; the cylindrical perspective has its similar in panoramic photography; lastly, the spherical perspective has its similar in fish-eye lenses photography.

The production of representations for vision simulation purposes is mostly sustained on the structure of planar perspective, as an optical phenomenon in common photography and as an expertise in graphic and pictorial activities. Those representations acquired a significant role in our visual experience, as reliable supports for a mediated-vision that strongly complements the direct vision of objects. Therefore, planar perspective is consensually accepted to be the best underlying structure for images that intend to simulate and replace direct visual perception. However, its known limitations arise when wide fields-of-view are considered, allowing major distortion effects to take place, jeopardizing objects recognition.

Cylindrical and spherical systems generate curvilinear perspectives, where drew curved lines represent spatial straight lines. These alternative perspective systems are traditionally much less used and inherently produce less close-to-vision kinds of images. Nonetheless, these images have a noticeable character, since they incorporate, in a single graphical result, the simulation of the barely perceptible data collected by peripheral vision or, otherwise, synthesize graphically the perceptive result of a dynamic viewing (result of rotation of the eyes and/or the head), conveying a panoptical vision sense. Paradoxically, curvilinear perspectives do not seem to totally disallow objects recognition, as planar perspective circumstantially does.

Figure 1 presents some graphical results of using the three standard perspective systems, for a viewer located inside the depicted object. Images are equally framed for better assessment. Planar perspective keeps the straightness of object edges, though conveying a visual/haptic perception of the object. Cylindrical perspective is somehow a hybrid of the two other systems, showing vertical lines straight and horizontal lines curved. Spherical perspective introduces the global curvatures that seem visually less realistic. Despite visible differences and individual subjective evaluation, it can be stated that an effective visual communication is mainly provided by the three images.

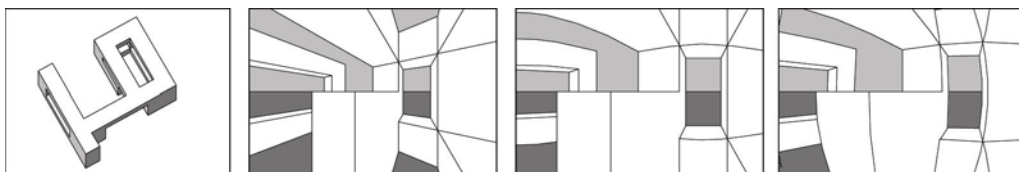


Figure 1. Object; planar, cylindrical and spherical perspectives for a 120° field-of-view.

Figure 2 shows the graphical results of stressing the three standard perspective systems to the limits, pursuing the largest field-of-view that each system can hold: planar perspective becomes an incongruent representation, filled with distortion effects; cylindrical perspective suggestively conveys a full panoramic view of the object surrounding the viewer: a sensorial experience

achievable only through motion and time; spherical perspective also simulates a dynamic sight, result of a viewer gaze in motion, targeting up, down, left, right and front of the scene.

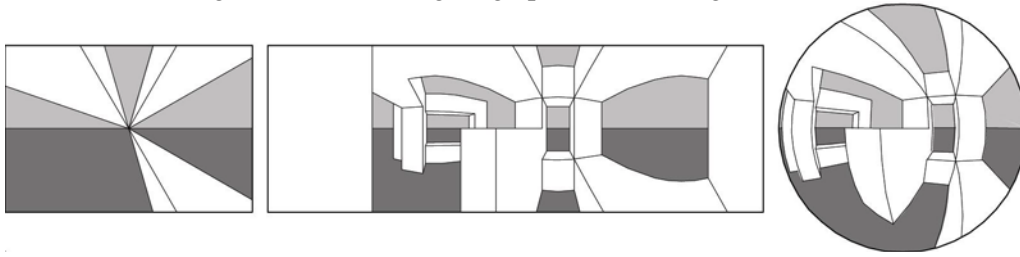


Figure 2. Planar, cylindrical and spherical perspectives in full potential: 180, 360°, 180° field-of-view.

A necessary statement is that the use of graphically curved lines turns out to be inevitable when the aim is to get wide field-of-view congruent representations of space. Although it is legitimate to inquire on the existence of a similar curvilinear phenomenon in direct visual perception, this matter is here overpassed, since it is outside the EPS ambitions. Focus is given to the fact that the use of curved lines effectively improves the visual communication of three-dimensional scenes, in terms of space and shape information conveyance. Therefore, beyond the specific virtues of each system, they can be seen as complementary methods of perspective.

Furthermore, underlining some essential similarities between these images, such as the convergence of parallel lines to vanishing points or the size-to-distance ratio of the represented entities, it will be sustained that those systems can be just single parts of a whole: as the description of EPS will show, the three systems are gathered into one and linked by an unlimited number of in-between single systems, all of them being a legitimate node of a comprehensive perspective system. The implementation of the EPS will significantly increase the number and variety of graphical replies to visual perception, somehow fulfilling Flocon's (1968) principle and statement:

'The observer translates a three-dimensional happening, sensed by the retina and elaborated by the brain, into a flat structure, a picture, a scene... Neither the image on the retina nor the image in the brain has ever been seen. One must be content with what every kind of image maker achieves. Every image contains a part of reality: the reality of the representer and the reality that is represented. It is never complete.'

The description of the EPS

The EPS formulation is developed upon the acknowledgment of Flocon's (1968) theorization on the choice of a sphere (surrounding viewer) as the ideal surface for projection and delineation, though recognizing the paradigmatic and pragmatic values of the picture plane as the place to lay the depictions. Consequently, part of his research is dedicated to the evaluation and definition of the best way to transfer the information projected on the sphere surface into a planar surface. The objective is to get the minimum change of visual dimensional values: distances, angles and areas of projected entities. He concludes that Azimuthal Equidistant Projection is the best choice. EPS concept shares this selection, for the same reasons, and also establishes the planar surface as the place for current depiction: this system is intentionally targeted to the production of planar graphic representations, to which a long life is still expected, in the physical form of a sheet of paper or a computer screen.

But EPS starts at the point where Flocon's (1968) theorization kept somehow crystallized: the single, immutable use of a sphere that is centered on the viewer. The description of the curvilinear systems shows an effective separation between the projection surface and the plane where the resulting image will be presented. The projection surface is, therewith, a three-

dimensional entity, located outside the picture plane. In the EPS, this feature becomes critical and is affirmed as a turn of paradigm, regarding classical perspective, where the picture plane has an ambiguous double-condition, by gathering a conceptual role as surface for projection and a practical role as physical support for drawing or painting. Instead, in the EPS concept, there is a clear distinction between Projection Surface (PS) and Representation Surface (RS).

The other paradigm rising from the EPS concept is the mutability of the PS: it can take diverse geometrical identities and, considering the real-time interactive change of a 3D entity allowed by computer systems, it can also gain a dynamic parametrical condition, where its different form states are reached by user-controlled topological transformations. Consequently, new parameters shall be added to the conventional perspective parameters: camera and target locations; zoom factor (as named in CAD).

Figure 3 describes the manipulation of a new parameter – Radius – applied to the conventional (viewer centered) spherical and cylindrical PS's. As Radius increases, the center C of the PS moves backwards along the visual axis and the PS itself turns progressively up-scaled, till it becomes a planar surface. In this limit state, PS and RS are coincident and the graphical result will be a planar perspective. Along the path between the first and final states of the PS, every step can be considered a single stationary perspective system, inscribing at the RS (plane) a single perspective result. The continuous mutations of PS states and perspective results denote the dynamic functioning of the EPS. In this way, spherical and planar perspectives become unified; the same way, cylindrical and planar perspectives become unified, as well.

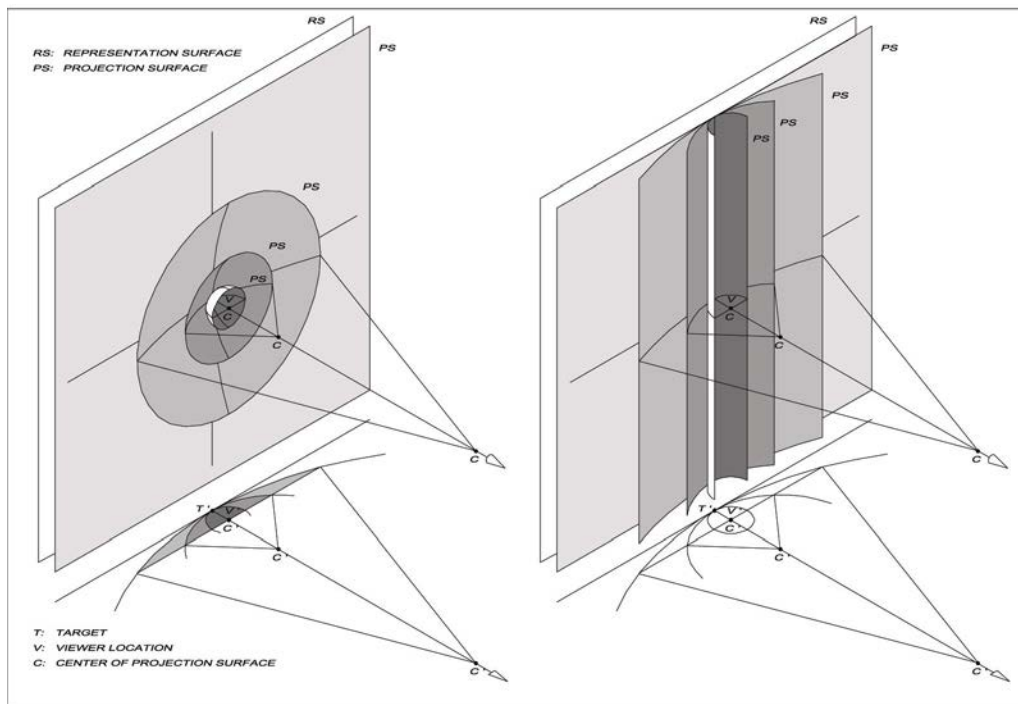


Figure 3. Manipulation of the parameter Radius, in the EPS, applied to spherical and cylindrical PS's.

Figure 4 presents a sequence of graphical results, achieved by changing the Radius of a spherical PS. The sequence can be eye-traveled in both directions. On the left appears a standard spherical perspective; on the right, a standard planar perspective; the two images on the middle are in-between perspective states, structurally new. The comparison of the images suggest the EPS capability to improve representation results, by blending and reducing, simultaneously, the typical distortion effects of both planar and curvilinear standard systems, whenever required.

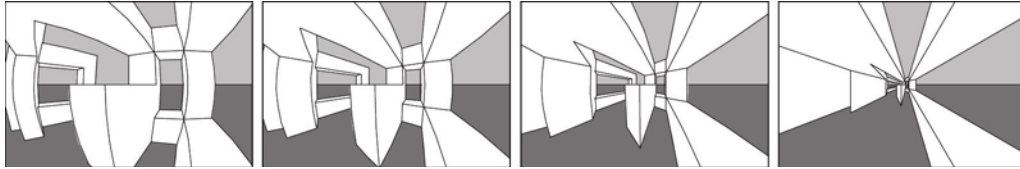


Figure 4. Sequenced perspectives (174° field-of-view) changing PS from viewer centered sphere to plane

To accomplish the aim of the EPS to constitute a global perspective system, the spherical and cylindrical perspectives have to be unified, also. This is conceptually achieved by the use of an ellipsoidal surface that can be, also by means of topological transformations, turned either into a spherical surface or a cylindrical surface, depending on the ratio between its axes. The new associated parameter shall be Eccentricity, which defines the specific form of the ellipsoidal surface and the curvature degree of the lines at the graphical perspective instance.

Figure 5 shows, on the left, the PS mutation from spherical state to cylindrical state, going through ellipsoidal in-between state(s), and also suggests, on the right, that each state of the PS can additionally be up-scaled by the manipulation of the parameter Radius. Thus, the planar state is always reachable from every PS state.

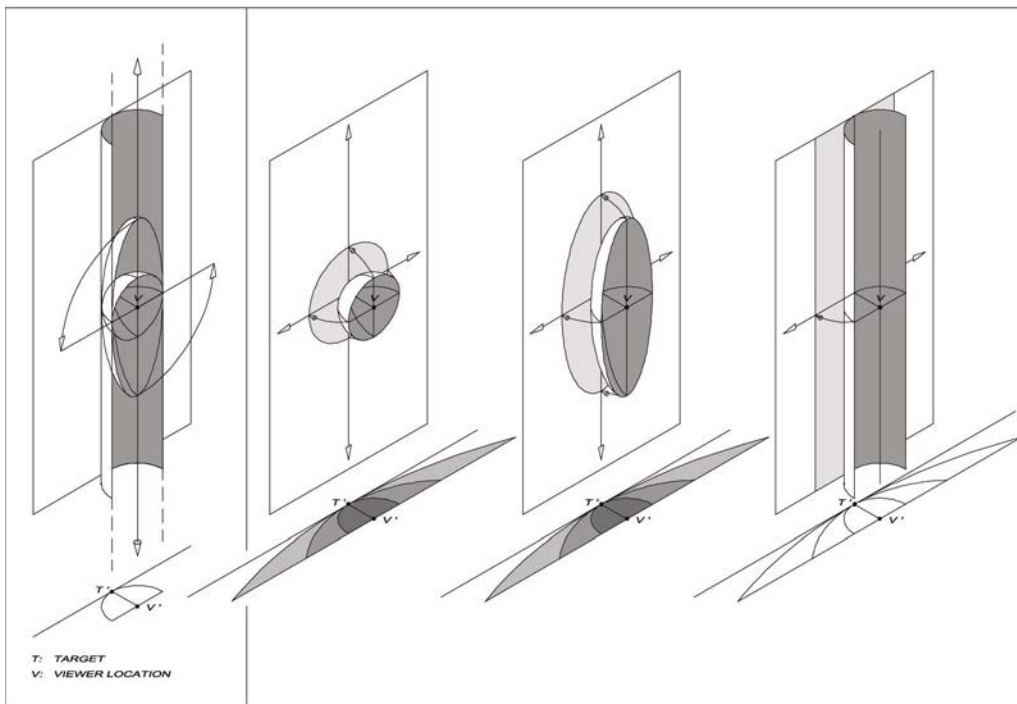


Figure 5. The unification of spherical and cylindrical perspectives through EPS concept.

Therefore, the EPS core concepts are: (1) the dissociation of the Projection Surface and the Representation Surface; and (2) the mutability of the Projection Surface, by means of topological transformations. Consequently, the Projection Surface becomes a parametrical entity and its diverse mutations are to be experienced and controlled by Radius and Eccentricity changeable values. The different configurations of the Projection Surface will inscribe the new perspective delineations into the Representation Surface. A continuous change on the Projection Surface will produce a continuous change on the perspective results at the Representation Surface (displayed at the computer screen), allowing the search and choice of the best graphical result, in each representational case and purpose.

Preliminary discussion

The first outcome of the EPS to be emphasized is the systemic assemblage that it brings to the field of perspective representations. Through this broad system, perspective, as a knowledge that supports and structures the graphical representation when it aims to simulate visual perception, becomes expanded and upgraded.

The diagram in the figure 6 is an attempt to outline the EPS achievement. On the left, the three standard systems are shown separated, just as they are currently defined and used. The vertical lines represent variations of the conventional perspective parameters, so each individual point on each line represents a single perspective projection. On the right, the three lines are arranged in order to become the edges of a prism. The prism faces represent the unification of the three isolated perspective systems, by variations of the parameters Radius and Eccentricity – R and E. Consequently, every point on each face represents a new single perspective projection. In addition, since every ellipsoidal state of the PS can evolve to the planar state, by the up-scaling effect of Radius increase, then all internal points of the prism also represent a new perspective projection, which shall be turned into a planar drawing by the transfer-to-RS procedure. Therefore, the entire prism symbolizes the global and systemic nature of the EPS, and the whole set of its constituting points expresses the significant increase of perspective projections and graphic results that the EPS implementation will generate.

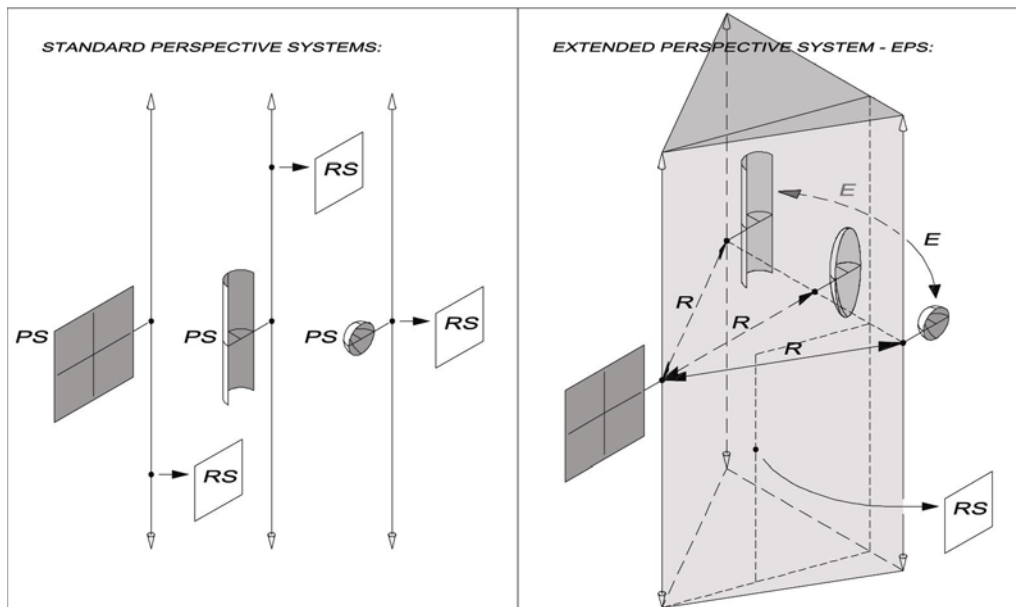


Figure 6. An EPS schematic outline.

Regarding a primary concern on the role of the EPS in the field or architectural drawing, the authors will hence shortly address the respective three domains where perspective graphical rules are influential and/or explicitly visible.

Conceptual freehand drawing

This is, consensually, the most dialectic and creatively effective domain of architectural drawing, since it is sustained by the minimum interface between the architect and the graphical results. Drawing, herewith, is a direct consequence of the mental-bodily activity of the architect, upon a sheet of paper. Therefore, it constitutes an important physical and visible counterpoint to the executor's reasoning over space and shape issues. Architect's freehand drawing is a learned and trained activity, definitely influenced by the knowledge of the geometric systems of

representation. These systems bring on freehand drawings an increased capability to communicate recognizable space and shape definitions, in a more or less explicit manner. Although, despite being necessarily referenced on the geometric systems, freehand drawings often escape from their theoretical corset: sometimes hybridizing those systems, other times spontaneously disrespecting their graphical rules. Particularly, on this matter, the graphical curving of lines in many architect's perspective drawings seems to suggest the dominance of a flexible and dynamical visual thinking over the strict geometric rules of the prevalent classical planar perspective, that would imperatively keep lines in obligatory straightness (figure 7). Therefore, the EPS concept provides to the geometry of perspective a further complicity with the freehand drawing qualities. The domain where this might be important and useful is the didactics of drawing in undergraduate academic levels, since the EPS concept shall induce in the learner's mind a wider and more flexible notion of the perspective and its capabilities.

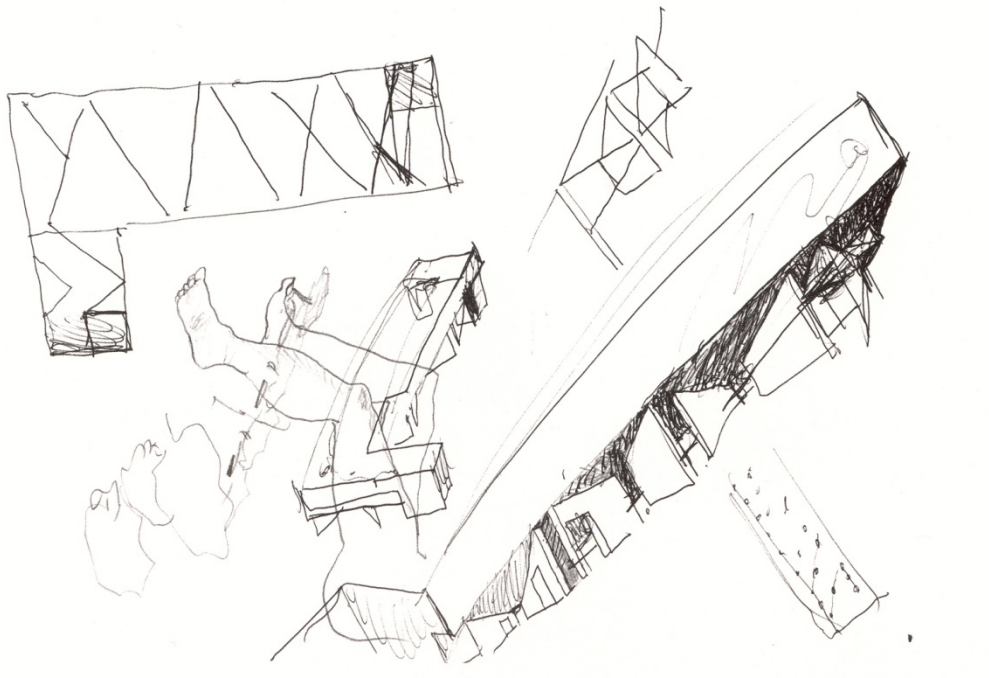


Figure 7. A design sketch, by Álvaro Siza (from “On Display”, exhibition catalogue, 2005 Serralves).

Conceptual computational drawing

Orthogonal and axonometric views communicate object's dimensional and volumetric identity: the most stable, objective and sharable one. On the other hand, perspective representation addresses the visual appearance of the object: an identity which is diverse and mutable. A perspective is by definition a parametrical result, since it depends, primarily, on the spatial relationship between the object and the viewer. This means that each perspective graphical result is eminently circumstantial: once selected viewer and object locations, visual axis and zoom factor, it will be a fixed depiction. What computational systems brought into this condition is visual dynamics: whether perspective visualization is made upon a preliminary virtual 3D model or a more detailed one, it has been turned into an experimental and real-time interactive experience, where dynamic graphical results also counterpoint and feedback the reasoning. The heuristic process is hereby introduced into computational perspective drawing. In a certain sense, this drawing is non-pictorial, since its viewer, who is firstly the architect himself, is not a mere spectator but likewise a virtual/imagined actor of the scene. EPS computational implementation shall provide kinds of perspective representations that are more

synthetic, in terms of visually gathering more information regarding the object which is being created, thus expectedly helping on the conceptual cycles of analysis, evaluation and decision.

Final presentation drawing

This is essentially an instrumental drawing field, dependent on the tools at the disposal of the architect. The aim of presentation drawings is to achieve an unambiguous communication of an architectural object that is defined, *i.e.*, has an objective identity, autonomous from its conceptive process and author. Perspective, in this context, has an essentially demonstrative and persuasive function. The EPS repercussion will be, naturally, the enlargement of possibilities to fulfill this role.

Final statements

Beyond the expected repercussions described above, the EPS clearly has a potential applicability in other fields where effective visual descriptions of space are requested. Also, the EPS conceptual framework is not a closed one, as it constitutes an “open-source” concept, able to receive other and diverse kinds of Projection Surface and kinds of methods to transfer the projected information into the Representation Surface. Further studies will be made upon these matters.

Acknowledgements

The research work reported in this paper was made possible in part by funding and support from the Faculty of Architecture of the Technical University of Lisbon.

References

- Barre, A. and Flocon, A.: 1968, *La Perspective Curviligne – de l’espace visuel à l’image construite*, Flammarion, Paris.
- Correia, J. V.: 2005, Curvilinear perspective in CAAD, eCAADe 23 Conference Proceedings, Digital Design: The Quest for New Paradigms, September 21-24, IST, Lisbon